

POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2021-II
Fecha de examen: lunes 7 de diciembre de 2020
14:00–15:30

Astronomía General

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: 1 hora.
- Responder los problemas en hojas separadas escritas por una sola cara.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**
- **Al terminar el examen:**
 1. Digitalizar sus respuestas (por ejemplo, tomando una foto con el celular).
 2. Mandar la versión digitalizada a bertha@astro.unam.mx

1. ¿Cuál es la magnitud total de un sistema estelar binario si una de sus componentes tiene una magnitud $m_1 = 0$ y la otra tiene $m_2 = 4$?
 - (a) -0.027
 - (b) 0.00
 - (c) 0.027
 - (d) 2.70

2. Se observa que el periodo orbital de un sistema binario espectroscópico es de 22 días. Ciertas observaciones posteriores revelan que la órbita es circular, con una separación de 0.3 UA y que una de las estrellas es 1.5 veces más masiva que la otra. ¿Cuales son las masas de cada estrella en unidades de masa solar?
 - (a) 4.5 y 3.0
 - (b) 45 y 30
 - (c) 7.5 y 5.0
 - (d) No se pueden determinar

3. Una estrella aislada de secuencia principal con una masa de $1.3M_{\odot}$ se convertirá en:
 - (a) un agujero negro
 - (b) una estrella de neutrones
 - (c) una enana blanca
 - (d) una enana marrón

4. ¿Cuáles son las características que se asocian a la estructura de una estrella de $15 M_{\odot}$ en la secuencia principal? Marca la(s) aseveración(es) correcta(s).
 - (a) envolvente convectiva
 - (b) duración de 10×10^{10} años
 - (c) combustión por el ciclo CNO
 - (d) temperatura efectiva de 5,000 K

5. El espectro característico del gas de una region HII consiste de
- (a) un continuo plano
 - (b) un continuo tipo cuerpo negro, con líneas en absorción
 - (c) continuo muy débil y líneas de emisión intensas
 - (d) una emisión continua con líneas de absorción y emisión
6. Escoge la opción en que enuncia el medio interestelar en orden creciente de temperatura:
- (a) Nubes moleculares, regiones HII, regiones HI, gas coronal
 - (b) Gas coronal, nubes moleculares, regiones HII, regiones HI
 - (c) Nubes moleculares, regiones HI, regiones HII, gas coronal
 - (d) Gas coronal, regiones HII, regiones HI, nubes moleculares
7. Los cúmulos galácticos tienen las siguientes propiedades. Marca la aseveración correcta.
- (a) muchas estrellas, fuera del plano galáctico, metalicidad solar
 - (b) pocas estrellas, fuera del plano galáctico, metalicidad solar $\times 0.01$
 - (c) muchas estrellas, en el plano galáctico, metalicidad solar $\times 0.01$
 - (d) pocas estrellas, en el plano galáctico, metalicidad solar
8. La ley de $R^{-1/4}$, de de Vaucouleurs describe para galaxias elípticas:
- (a) la masa de las galaxias como función de la distancia al centro
 - (b) la existencia de materia oscura como función de la distancia al centro
 - (c) el brillo superficial como función de la distancia al centro
 - (d) la rotación galáctica como función de la distancia al centro
9. La línea del hidrógeno $H\alpha$, emitida por el gas en una galaxia, se observa a una longitud de onda de 724.5 nm, cuando su longitud de onda es normalmente 656.3 nm. Calcula la distancia a dicha galaxia.
- (a) 42.7 Mpc

- (b) 427 Mpc
- (c) 42.7 millones de años luz
- (d) 0.104 Mpc

10. La temperatura del fondo cósmico de microondas (CMB) medida por el satélite espacial COBE es de 2.725 K. ¿Cuál era la temperatura del CMB al ser emitido a un $z = 1,100$?

- (a) 800 K
- (b) 3,000 K
- (c) 5,000 K
- (d) 10,000 K



POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2021-II
Fecha de examen: lunes 7 de diciembre de 2020
12:30–13:30

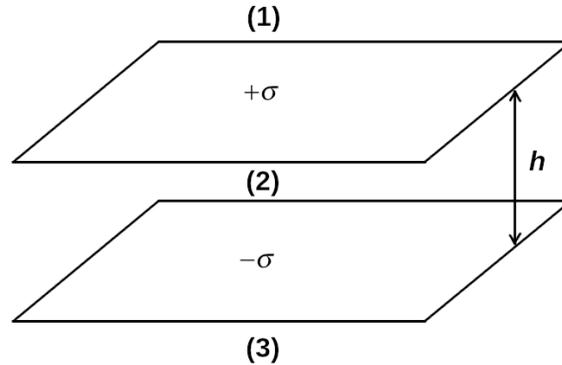
Electromagnetismo

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: 1 hora.
- El examen consta de 2 problemas.
- Responder los problemas en hojas separadas escritas por una sola cara.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**

- **Al terminar el examen:**
 1. Digitalizar sus respuestas (por ejemplo, tomando una foto con el celular).
 2. Mandar la versión digitalizada a bertha@astro.unam.mx

1. Considere un sistema de dos láminas (cada una con área A) de material eléctricamente aislante, paralelas y separadas una distancia h . Una tiene una densidad superficial de carga uniforme σ y la otra $-\sigma$, sólo distintas en signo. A lo largo de este problema puede ignorar efectos de borde en las orillas de las placas (es decir, puede suponer que la separación h es mucho menor que las dimensiones de las placas).



- (i) Calcule el campo eléctrico (magnitud y dirección) en las regiones (1), (3), (2) indicadas en la figura. (2) es la región entre las láminas.
- (ii) Calcule la energía potencial U del sistema. Esto se puede hacer suponiendo que las placas están inicialmente descargadas y calculando el trabajo realizado al mover pequeñas cantidades de carga dq de la placa inferior a la superior. Exprese su resultado en términos de σ , A y h .
- (iii) ¿Cuál es la densidad de energía u del campo eléctrico? Exprese su resultado en términos de E (el campo eléctrico en la región entre las láminas).
- (iv) Cada lámina reside en el campo de la otra. Escriba la magnitud de la fuerza por unidad de área en términos de E (el campo eléctrico en la región entre las láminas), e indique su dirección.

2. Considere una esfera de radio R con carga total Q distribuida uniformemente dentro de su volumen.

- (i) Calcule la magnitud del campo eléctrico como función de r (la distancia al centro de la esfera).
- (ii) Calcule la energía potencial U del sistema. (Hint: suponga que la esfera se va ensamblando de adentro hacia afuera por medio de cascarones delgados de espesor dr).



POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2021-II
Fecha de examen: lunes 7 de diciembre 2020
11:00–12:00

Mecánica Clásica

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: **1** hora.
- El examen consta de **5** problemas.
- Su calificación se basará en las **3** mejores respuestas.
- Responder los problemas en hojas separadas escritas por una sola cara.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**
- **Al terminar el examen:**
 1. Digitalice sus respuestas (por ejemplo, tome una foto con el celular).
 2. Mandar la versión digitalizada a `laurent@astro.unam.mx`

Nota. En cada problema que resuelva enuncie los principios o leyes de la mecánica clásica que está utilizando y explique por qué se aplican en ese caso en particular.

Problema 1. Considere una partícula que se mueve hacia el origen, $x = 0$, bajo la influencia de un potencial unidimensional de la forma $V(x) = -A|x|^n$, donde $A > 0$ y $n > 0$. La partícula cuenta apenas con la energía suficiente para llegar al origen. Encontrar los valores de n para los cuales la partícula llega al origen en un tiempo finito.

Problema 2. Imagine un cúmulo de estrellas muy idealizado, que consiste en una colección de estrellas de masa m que se mueven en órbitas circulares alrededor de un centro común, sin chocar y cada una de ellas tiene la misma energía cinética, T . Si solamente consideramos la interacción gravitacional mutua de las estrellas, estime la densidad de partículas $n=\rho/m$, como función del radio medido desde el centro del enjambre, r , de tal modo que la densidad se conserve en el tiempo. Asuma simetría esférica.

Problema 3. Considere una colisión elástica entre dos cuerpos de igual masa (dos bolas de billar, por ejemplo). Sean \mathbf{v}_1 y \mathbf{v}_2 las velocidades de ambos cuerpos antes de la colisión, y \mathbf{v}'_1 y \mathbf{v}'_2 las velocidades después de la colisión.

(a) Calcule \mathbf{v}'_1 y \mathbf{v}'_2 (magnitud y dirección) en el caso en que $\mathbf{v}_2 = 0$.

(b) Analice el caso en el cual $\mathbf{v}_2 = 0$ y $\mathbf{v}'_1 = 0$.

Problema 4. Una masa m se mueve en una órbita circular centrada en el origen en el campo de una fuerza central atractiva con energía potencial $U(r) = kr^n$. Compruebe que este sistema satisface el Teorema del Virial, $T = nU/2$, donde T es la energía cinética. Use el formalismo Lagrangiano para mayor facilidad.

Problema 5. Especifique que ley o leyes (en particular de Newton) se requieren (y diga por qué) para:

(a) Demostrar la primera Ley de Kepler

(b) Demostrar la segunda Ley de Kepler

(c) Demostrar la tercera Ley de Kepler

Opcional. Enuncie las leyes de Kepler.

POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2021-I
Fecha de examen: lunes 7 de Diciembre 2020
11:00–12:00

Física térmica

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: 1 hora.
- El examen consta de 3 problemas.
- Su calificación se basará en las 2 mejores respuestas.
- Responder los problemas en hojas separadas escritas por una sola cara.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**

- **Al terminar el examen:**
 1. Digitalizar sus respuestas (por ejemplo, tomando una foto con el celular).
 2. Mandar la versión digitalizada a heike@astro.unam.mx

Problema 1.

Diez moles de gas ideal lleva a cabo una compresión de estado inicial con temperatura de 400 K y volumen de 10000 cm^3 a un estado final en el cual tiene temperatura de 500 K y un volumen de 9000 cm^3 . La transformación esta representada en el diagrama P-V como una línea recta.

- ¿Cuál es el trabajo realizado en este proceso?.
- En un segundo proceso permitimos que el gas sufra un enfriamiento isocórico hasta un estado 3 a partir del que se expande isotérmicamente a la posición inicial. Representa los tres procesos en un diagrama P-V.
- ¿Cuál es la presión del tercer estado del ciclo?.

Problema 2.

Un sistema está compuesto por 4000 partículas distribuidas en tres posibles estados de energía: $E_1 = 0$, $E_2 = E$, y $E_3 = 2E$. Una partición particular del sistema corresponde a la ocupación $n_1 = 2000$, $n_2 = 1700$ y $n_3 = 300$.

- Calcula la energía total del sistema y su energía promedio.
- Calcula también la función de partición si todos los estados tienen la misma probabilidad de existir.

(nota: Calcula todo en función de E)

Problema 3.

En un gas ideal, la velocidad del sonido está dada por $c_s = \sqrt{dP/d\rho}$, donde P y ρ son la presión y densidad del gas. Calcula la velocidad del sonido, c_s , cuando el gas se comporta de manera:

- isotérmica,
- adiabática,
- en ambos casos, calcula la velocidad del sonido en nubes moleculares (con $T=10^4 \text{ K}$, con una mezcla de gas de 90 % de hidrógeno y 10 % de helio, en número) y regiones HII ($T=100 \text{ K}$, con una mezcla de 98 % de H_2 y 2 % de CO).



POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2021-II
Fecha de examen: martes 8 de noviembre 2020
12:30–13:30 (hora del centro)

Mecánica Cuántica

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: 1 hora.
- El examen consta de 4 problemas.
- Conteste el mayor número de preguntas posible. Su calificación dependerá tanto de su desempeño en este examen escrito como en su defensa oral de sus respuestas.
- Responder los problemas en hojas separadas y numeradas, escritas por una sola cara.
- No escribir información demasiado cerca de los márgenes de las hojas de respuesta - deje un par de centímetros alrededor.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**

- **Al terminar el examen:**
 1. Digitalizar sus respuestas (por ejemplo, tomando una foto con el celular).
 2. Asegúrese que la versión digital sea legible antes de enviarla.
 3. Mandar la versión digitalizada a `laurent@astro.unam.mx` y `heike@astro.unam.mx`

1. Tenemos dos observables, A y B .

a) Considere dos observables A y B . Suponga que sus operadores \hat{A} y \hat{B} tienen eigenkets simultáneos $|a, b\rangle$, los cuales forman una base completa. ¿Podemos concluir en todos los casos que los operadores conmutan?

b) Suponga que dos operadores hermitianos *anticommutan*: $\hat{A}\hat{B} = -\hat{B}\hat{A}$. ¿Pueden tener eigenkets simultáneos?

2. Una masa de $1 \mu\text{g}$ mueve con una velocidad de 0.1 cm/seg en una caja de tamaño 1 cm . Modelamos la situación como una partícula en un pozo cuadrado infinito. Estime el valor aproximado del número cuántico n .

3. Considere un sistema cuyo estado inicial y hamiltoniano están dados por

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 1-i \\ 1-i \\ 1 \end{pmatrix} \text{ y } H = \epsilon \begin{pmatrix} 0 & i & 0 \\ -i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

donde ϵ tiene dimensiones de energía.

a) ¿Cuáles energías tiene este sistema y cuáles son las probabilidades de observarlas?

a) ¿Cuál es la energía esperada del sistema?

4. Una partícula de masa m está en un potencial de una dimensión tal que $V(x) = 0$ para $0 \leq x \leq a$ y $V(x) = \infty$ para otros valores de x . Se sabe que la función de onda está dada por

$$\psi(x) = \frac{i}{2} \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) + \sqrt{\frac{1}{a}} \sin\left(\frac{3\pi x}{a}\right) - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{4\pi x}{a}\right).$$

Si se mide la energía, ¿cuáles son los posibles valores observados y la probabilidad de medirlos? ¿Cuál es el estado de energía más probable?