UNAM POSGRADO
Astrofísica

POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2023-I
Fecha de examen: lunes 23 de mayo 2022
14:30–16:00

Astrofísica General

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: **1.5** hora.
- El examen consta de **20** preguntas.
- Responder las preguntas en hojas escritas por una sola cara.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**

1. (a) Explica por qué las magnitudes estelares están en escala logarítmica. (b) Las estrellas más débiles que se detectan con telescopios modernos están más cercanas a ¿que magnitud visual?
   A. -27
   B. 0
   C. +6
   D. +30
2. Dibuja un diagrama H – R e indica sus diferentes componentes. En particular, especifica que partes del diagrama corresponden a estrellas (a) calientes y luminosas, (b) frias y luminosas, (c) frias y poco luminosas, y (d) calientes y poco luminosas.
3. Explica los conceptos de extinción interestelar, enrojecimiento y corrimiento al rojo.
4. ¿Cuál es la resolución en segundos de arco de la pupila humana en luz visible? Considera que la pupila tiene un diámetro de 4.5 mm.
5. Suponiendo que la Tierra tiene una temperatura promedio de 10° C y que emite como un cuerpo negro, ¿cuál sería la longitud de onda del pico de su radiación? ¿A qué parte del espectro electomagnético corresponda esta longitud de onda?
6. ¿Cuál es la luminosidad (en luminosidades solares, $L_\odot$) de una estrella con 10 veces la temperatura solar y con un radio 10 veces más grande que el Sol?
7. El Sol emite 5×10^{23} fotones por segundo, con una energía $h\nu > 13.6$ eV. Considerando la densidad del hidrógeno en el espacio interestelar de $n_H = 1.09\times10^{-4}$ cm^{-3}, y suponiendo un coeficiente de recombinación $\alpha = 2.6\times10^{-26}$ cm^{3}s^{-1}. ¿Cuál es el radio de la correspondiente esfera de Stromgren (exprese su respuesta en parsecs)? Considere que:

$$R_s = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi n_H^2 \alpha}\frac{dN_\nu}{dt}}, \tag{1}$$

8. Explica el origen de la línea de 21 cm y el tipo de hidrógeno que nos permite trazar.
9. ¿Porqué (y cómo) se utilizan las variables tipo cefeida para determinar las distancias?
   A. Porque todas son del mismo tamaño
   B. Porque todas tienen el mismo brillo
   C. Porque las de mayor período son más brillantes
   D. Porque las de menor período son más brillantes
10. La ley de distribución de brillo de de Vaucouleurs, conocida como $R^{1/4}$, se aplica a galaxias elípticas y describe, para estas galaxias:
    A. la masa de las galaxias
    B. la existencia de materia oscura
    C. el brillo superficial como función de la distancia al centro
    D. la rotación galáctica

11. La relación Tully-Fisher se refiere a:
    A. una correlación entre metalicidad y magnitud absoluta para galaxias elípticas
    B. una correlación entre edades y dispersiones de velocidad para galaxias elípticas
    C. una correlación entre metalicidad y masa para galaxias espirales
    D. una relación entre la luminosidad de una galaxia espiral y su velocidad de rotación
12. Considera dos galaxias lejanas con velocidades de recesión de 1100 km/s y 6900 km/s, localizadas a 15 Mpc y 90 Mpc, respectivamente. De estas observaciones, el valor que se deriva para la Constante de Hubble es:
    A. 500 km/s /kpc
    B. 75 km/s /kpc
    C. 10 km/s / kpc
    D. 50 km/s /kpc
13. Considere el especto de una estrella A5V distante que presenta líneas tanto de la propia atmósfera de la estrella como de gas interestelar frío que se encuentra entre la estrella y el observador. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?
    A. Las líneas producidas por la atmósfera y por el gas frío son en emisión y presentan el mismo corrimiento Doppler.
    B. Las líneas producidas por la atmósfera son en absorción y presentan un corrimiento al rojo, mientras que las producidas por el gas frío son en emisión y están corridas al azul.
    C. Tanto las líneas producidas por la amtósfera como por el gas frío son en absorción y pueden presentar diferente corrimiento Doppler.
    D. La amtósfera no puede producir líneas por estar caliente y el gas interestelar frío produce lineas en absorción con un corrimiento al rojo proporcional a su distancia.
14. Considerando una curva de rotación plana para nuestra galaxia, emplea los valores convencionales de la amplitud de esta curva de rotación y la distancia estandar a la cual se encuentra el Sol del centro de la galaxia, para obtener la masa contenida dentro de este radio.
    A. $1.35 \times 10^{10} M_{\odot}$
    B. $1.1 \times 10^{35} kg$
    C. $1.35 \times 10^{45} kg$
    D. $1.1 \times 10^{11} M_{\odot}$
15. ¿Cuáles son las tres pruebas fundamentales de que nuestro universo se comporta como un universo tipo Gran Explosión (Big Bang)?
16. Una estrella S1 tiene indice de color $(B - V) = 1$ y otra S2 $(B - V) = 0.5$. Esta información nos dice que:
    A. S1 tiene un radio mas grande que S2
    B. S1 se encuentra mas lejos que S2

C. S1 es mas fría que S2

D. S1 es mas vieja que S2

17. (a) ¿Que distancia se utiliza como línea de base para realizar las medidas de la paralaje de estrellas cercanas?

    A. 2 km

    B. 2 unidades astronómicas

    C. 2 años luz

    D. 2 parsec

    E. 2 millas

    (b) Una estrella tiene un ángulo de paralaje de 0.01 arco segundos. Su distancia es de:

    A. 0.01 pc

    B. depende de su velocidad propria

    C. 100 pc

    D. 1 pc

18. Qué representa el punto de “turn off” en un diagrama H-R?

    A. las estrellas de maxima luminosidad

    B. el final de la vida en la secuencia principal de una estrella

    C. el lugar en el cual se verifica el flash del helio

    D. el punto mas extremo de la rama horizontal

19. La masa mínima necesaria para que una nube molecular se vuelva inestable y colapse debido a su autogravedad se conoce como:

    A. Masa de Chandrasekhar

    B. Masa virial

    C. Masa de Jeans

    D. Masa solar

    E. Masa de Eddington

20. Un par de estrellas binarias tienen magnitudes aparentes $m_1 = 5$ y $m_2 = 5.5$ ¿Cuál es la magnitud observada del par?

    A. 4.1 mag

    B. 4.47 mag

    C. 5.25 mag

    D. 5.4 mag

    E. 10.5 mag

UNAM POSGRADO
Astrofísica

POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2023-I
Fecha de examen: lunes 23 de mayo 2022
12:30–14:00

Electromagnetismo

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: **1.5** hora.
- El examen consta de **3** problemas.
- Responder los problemas en hojas separadas escritas por una sola cara.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**

Problema 1

Una partícula no relativista de carga q, masa m y energía cinetica T presenta una colisión frontal con un campo central fijo de rango infinito. La interacción es repulsiva y es descrita por un potencial $V(r)$, el cual es mas grande que la energía total de la partícula, E, a distancias cortas.

(a) Demuestre que la energía total emitida como radiación es:

$$W = \frac{4q^2}{3c^3m^2}\sqrt{\frac{m}{2}}\int_{r_{min}}^{\infty}\left|\frac{dV}{dr}\right|^2 \frac{dr}{\sqrt{V_{min} - V(r)}}. \tag{1}$$

Ayuda: Recuerde que la potencia radiada por unidad de ángulo solido para una carga acelerada se puede escribir como:

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{q^2}{4\pi c^3}|\dot{v}|^2 \sin^2\theta. \tag{2}$$

(b) Para el potencial de Coulomb, $V_c = \frac{Zq^2}{r}$, encuentre la energía total emitida como radiación.

Problema 2

Responda dos de los siguientes tres incisos.

(a) Encuentre el campo eléctrico a una distancia z sobre el centro de un anillo de radio r, que lleva una densidad de carga lineal uniforme λ (figura 1).

(b) Encuentre la fuerza ejercida sobre la carga $+q$ en la figura 2. Considere que el plano xy es un plano conductor conectado a tierra.

(c) Dos hojas infinitas no conductoras de carga son paralelas una a la otra como se muestra en la figura 3. Cada hoja lleva una carga positiva uniforme de densidad superficial σ. Calcule el campo eléctrico a la derecha de las dos hojas.

Problema 3

Una nube esférica de carga, compuesta de una distribución de cargas puntuales flotando en el vacío, se contrae y se expande, variando su radio como $R(t) = R_0 + a\cos(\omega t)$, donde R_0, ω y a son tres constantes. La carga total de la nube es Q_0 y se encuentra distribuida uniformemente en su volumen en todo momento.

(a) Calcule el campo eléctrico en los puntos del espacio: $r < R(t)$ y $r > R(t)$.

(b) A partir de la ley de la conservación de la carga, calcule la densidad de corriente en la nube. Suponga que la densidad de corriente $\vec{J} = J(r)\hat{r}$ y que no es infinita en el centro de la esfera.

Ayuda: La divergencia de un vector en coordenadas esféricas es,

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2A_r)}{\partial r} + \frac{1}{rsen\theta}\frac{\partial(sen\theta A_\theta)}{\partial\theta} + \frac{1}{rsen\theta}\frac{\partial(A_\varphi)}{\partial\varphi}.$$

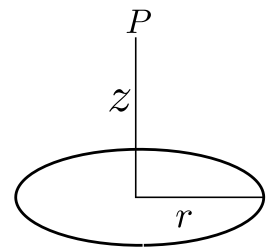

Figura 1: Anillo con densidad de carga λ.

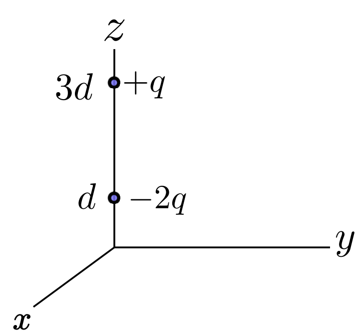

Figura 2: Cargas del problema 2 inciso (b).

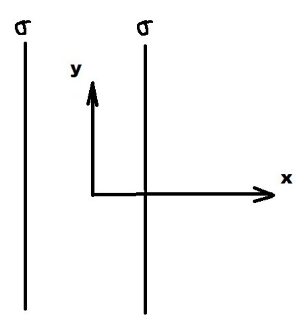

Figura 3: Configuración de las placas del problema 2 inciso (c).

Astrofísica

POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2023-I
Fecha de examen: lunes 23 de mayo 2022
11:00–12:30

Mecánica Clásica

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: **1.5** hora.
- El examen consta de **3** problemas.
- Responder los problemas en hojas separadas escritas por una sola cara.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**

Problema 1

Un péndulo consta de una masa m y una vara sin masa de longitud l. El soporte del péndulo oscila horizontalmente (ver figura 1) con una posición dada por $x(t) = Acos(\omega t)$. Encuentre $\theta(t)$.

Sugerencia: Utilice el método de Lagrange.

Problema 2

Una partícula de masa m se mueve en un campo de fuerza central repulsivo que varía con el inverso del cubo de la distancia radial: $f(r) = k/r^3$, donde k es una constante positiva. Como se muestra en la figura 2, el punto O es el centro de la fuerza. La partícula m se mueve desde una distancia muy grande con una velocidad inicial v_0, y el parámetro de impacto es b. Encontrar la distancia de máximo acercamiento de la partícula al punto O.

Sugerencia: Usar leyes de conservación.

Problema 3

Recuerde que la ecuación de movimiento de un oscilador armónico simple viene dada por
$x(t) = Asin(\omega t + \phi_0)$

(a) Calcule la velocidad $\dot{x}(t)$ del oscilador armónico.

(b) Demuestre que la trayectoria del oscilador armónico en el espacio de fase $(x, \dot{x})$ es una elipse.

(c) Demuestre que la energía total del oscilador armónico es constante a lo largo de esta elipse y calcule el valor de la constante.

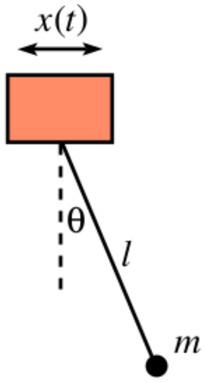

Figura 1: Configuración del péndulo en el problema 1.

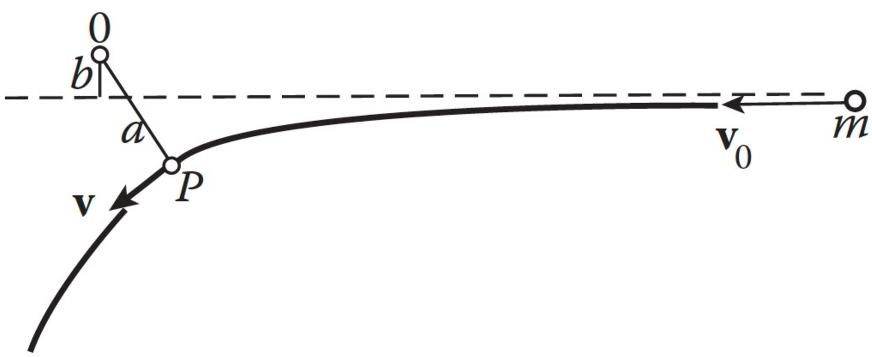

Figura 2: Partícula moviéndose en un campo de fuerza central repulsivo (Problema 2).

UNAM POSGRADO Astrofísica

POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2023-I
Fecha de examen: martes 24 de mayo 2022
12:30–14:00

Mecánica Cuántica

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: **1.5** hora.
- El examen consta de **3** problemas.
- Responder los problemas en hojas separadas escritas por una sola cara.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**

Problema 1

Considere el operador

$$A = -\frac{d^2}{dx^2} \ .$$

a) ¿Cuáles son los eigenvalores y eigenfunciones de este operador si nos restringimos a las funciones complejas que tienen un valor distinto a cero solamente en el intervalo $0 < x < a$?

b) Normalice la eigenfunción y calcule la probabilidad para el intervalo $0 < x < a/2$.

Ayuda:

$$\int \sin^n(bx)dx = -\frac{\sin^{n-1}(bx)\cos(bx)}{nb} + \frac{n-1}{n}\int \sin^{n-2}(bx)dx \qquad \text{con} \qquad n > 1$$

$$\int \sin(bx)cos(bx)dx = \frac{1}{2b}\sin^2(bx) + C$$

Problema 2

Considere una partícula cuántica de masa m sometida al siguiente potencial $V(x)$:

$$V(x) = \begin{cases} m\omega^2 x^2/2 & \text{si } x > 0, \\ \infty & \text{si } x < 0, \end{cases} \tag{1}$$

donde ω es un parámetro positivo conocido.

a) Grafique el potencial $V(x)$.

b) Encuentre la función de ondas de una partícula en el estado base.

c) Calcule $\langle X \rangle$ de una partícula en ese potencial si se encuentra en el estado base. Razone cada paso.

Ayuda: En el potencial del oscilador armónico sin barrera en $x = 0$, el estado base es

$$\varphi_0(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} \exp\left(-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}\right) \tag{2}$$

Algunas integrales relevantes:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\alpha x^2) = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}, \qquad \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \exp(-\alpha x^2) = \frac{\sqrt{\pi}}{2\alpha^{3/2}} \tag{3}$$

$$\int_0^{\infty} x^3 \exp(-\alpha x^2) = \frac{1}{2\alpha^2} \tag{4}$$

Problema 3

La función de onda de una partícula en un potencial central $V(r)$ es:

$$\psi(\bar{x}) = (x + y + 3z)f(r)$$

¿Si se miden L^2 y L_z, cuáles son los posibles valores de la medición y las probabilidades de hallarlos en los distintos eigenestados?

Ayuda: $Y_0^0 = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}$, $\quad Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\theta$, $\quad Y_1^{\pm 1} = \mp\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta e^{\pm i\phi}$

POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2023-I
Fecha de examen: martes 24 de mayo 2022
11:00–12:30

Termodinámica

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: **1.5** hora.
- El examen consta de **3** problemas.
- Responder los problemas en hojas separadas escritas por una sola cara.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**

Problema 1

Para una atmósfera en equilibrio hidrostático y considerando que está formada por gas ideal, se puede escribir

$$\frac{dP}{P} = -A\frac{dz}{T}, \tag{1}$$

donde P es la presión, T la temperatura, z la altura, y A una constante.

a) Suponiendo que la atmósfera es perfectamente adiabática, demuestre que:

$$\frac{dT}{T}\frac{\gamma}{\gamma - 1} = -A\frac{dz}{T}. \tag{2}$$

b) Integrando la ecuación anterior se puede demostrar que la temperatura decrece de forma lineal con la altura. En particular, podemos suponer que:

$$T = 15.04 - 0.00649 \times z. \tag{3}$$

Donde z esta dado en metros, y T en grados centígrados. Imagine que esta a nivel del mar, y que tiene una pecera de 1 metro de profundidad llena de agua. En el fondo se genera una burbuja de aire de 0.5 mm de radio que viaja hasta tocar la superficie. Estime el volumen inicial y el volumen final de la burbuja. Imagine ahora que está a 1 km de altura sobre el nivel del mar. Nuevamente, se genera una burbuja de aire de 0.5 mm de radio que viaja desde el fondo de su pecera hasta tocar la superficie. Estime el volumen inicial y el volumen final de esta otra burbuja. ¿Cómo se comparan ambos volúmenes finales? ¿Podría repetir su experimento a 3 km de altura?

Problema 2

La ecuación de estado y la energía interna (ley de Stefan) para el cuerpo negro están dadas respectivamente por $P = (1/3)aT^4$ y $U(T,V) = aT^4V$. P es la presión de radiación, a es una constante que depende de otras constantes fundamentales, T es la temperatura, V es el volumen. Demuestre que si el cuerpo negro se trata como un gas ideal de fotones, la ecuación de estado para un proceso adiabático se puede expresar como $PV^\gamma = K$, donde $\gamma = 4/3$ y K es una constante.

Problema 3

Suponga que 1.0 kg de agua a 10° C se mezcla con 1.0 kg de agua a 30° C a presión constante. El sistema se deja alcanzar el equilibrio térmico.

a) Cuando la mezcla llega al equilibrio, ¿cuál es la temperatura final?

b) Calcule el cambio en la entropía del sistema ΔS. El calor específico a presión constante para el agua es $c_p = 4.19 \times 10^3$ J kg^{-1}K^{-1}.

c) ¿El mezclado es un proceso reversible o irreversible? Explique su respuesta.