

**Modelo Magnetohidrodinámico Multiespecie Fuera de
Equilibrio Termodinámico Local para producir espectros de
emisión continua en el rango milimétrico y sub-milimétrico de
la cromósfera estelar.
(Reporte semestral)**

Alumno: M.C. Elizandro Huipe Domratcheva

Programa: Doctorado en Astrofísica.

Tutor 1: Luis Alberto Zapata González

Afiliación: IRYA

Tutor 2: Víctor De la Luz Rodríguez

Afiliación: ENES Morelia.

Junio 2023

CONTENTS

CONTENTS	ii
1 ANTECEDENTES	1
2 ESTADO DEL ARTE	5
2.O.1 Código CAFE Newtoniano	7
2.O.2 PakalMPI	7
3 OBJETIVOS	9
4 METODOLOGÍA	11
4.1 PAKAL	11
4.1.1 Ionización NLTE	11
4.1.2 Densidad electrónica	11
4.1.3 Método numérico	12
4.1.4 CAFE	14
4.1.5 Implementación	19
5 RESULTADOS	21
5.O.1 Condiciones iniciales	21
5.O.2 Resultados	21
6 DISCUSIÓN	31
7 CONCLUSIÓN Y TRABAJO A FUTURO	33
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA	36

1 ANTECEDENTES

El modelado de la dinámica de las atmósferas estelares nos ha permitido explicar de forma consistente el origen de los espectros electromagnéticos observados desde los rayos gamma hasta las ondas de radio. Sabemos que cada región del espectro electromagnético está relacionada con diferentes mecanismos físicos. En el caso solar, en de la región sub-milimétrica, los principales mecanismos de emisión están relacionados con dos regímenes: activo y quieto.

Una estrella de baja masa, generalmente, pasa la mayor parte de su tiempo en su régimen quieto, emitiendo radiación térmica Bremsstrahlung y de H- proveniente de la cromosfera estelar (Ross et al., 2008).

La cromósfera es una capa de las atmósferas estelares de tipo solar, inicialmente identificada en el Sol como una región delgada que emite luz roja observada en el limbo solar durante los eclipses. Se distingue al ser una región transparente, comparado con la fotosfera, pues mientras que la fotosfera presenta marcadas líneas de absorción, la cromósfera presenta marcadas líneas de emisión, principalmente en H, Ca y Mg (ver figura 1.1), así como un fuerte continuo en el UV, en el submilimétrico, en el milimétrico y en el infrarrojo lejano. La cromósfera se extiende 2Mm por encima de la fotosfera, en Vernazza et al. (1981) se dice que la separación entre estas dos capas se encuentra donde $\tau_{5000\text{\AA}} = 1$.

La temperatura de las cromosferas estelares se encuentra bajo una intensa investigación (De la Luz et al., 2014; Liseau et al., 2013; Loukitcheva et al., 2004) ya que por primera vez se pueden observar a frecuencias sub-milimétricas utilizando instrumentos como el Gran Telescopio Milimétrico o el Atacama Large Millimeter Array (ALMA). Sabemos, por estudios en la cromosfera del Sol y por la emisión de líneas como el H y K del CaII, del Mg así como observaciones de CO, que esta capa tiene un mínimo de temperatura de 4,000 K, muy por debajo de la temperatura de la corona, un millón de Kelvins, y por arriba de la temperatura de la fotosfera, alrededor de 5700 K (Thomas and Athay, 1961). A este fenómeno se le conoce como el problema del calentamiento coronal, pues no se ha podido identificar cual es el mecanismo físico que permite por un lado tener una región tibia (fotosfera), una región fría (cromósfera) y una región caliente (corona) de forma estable.

En los primeros 5000 km de altura, se presenta una región *uniforme* y se le llama cromósfera baja. Arriba de los 5000 km se presentan estructuras en forma de columnas-espinas denominadas espículas. a esta región se le denomina cromósfera alta Athay and Thomas (1961).

Es una región de la atmósfera solar de unos $2.5 \times 10^6 m$, abarca $1 - 1.04 R_s$. En esta región

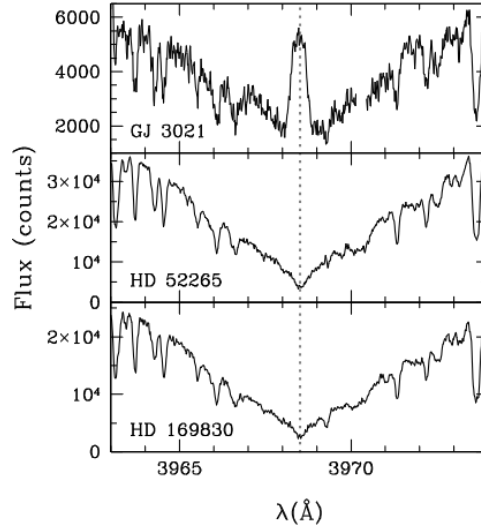


Figure 1.1. Línea de Call H en 3968Å, la estrella GJ 3021 muestra una fuerte emisión cromosférica. Enana roja en la constelación Hydra con $T_{\text{eff}} = 5417 \text{ K}$ [Naef et al. \(2001\)](#)

se produce el calentamiento súbito de la temperatura hasta unos $2 \times 10^6 K$ lo que indica el inicio de la corona. Se debate mucho sobre los orígenes del calentamiento cromosférico pero hay una aceptación general de que se produce en un mecanismo de transferencia de energía por parte del campo magnético, su torsión y evolución del campo en la superficie solar ([Gomez et al., 2000](#)).

Las estrellas de tipo solar muestran su firma magnética al presentar líneas de absorción en el visible con las líneas H y K del Call, cerca de 400 nm [Haigh et al. \(2005\)](#) la cual no es una absorción como tal si no una consecuencia de las condiciones de formación de líneas NLTE que lleva un declive relativo en la función fuente [Thomas \(1957\)](#), (ver figura 1.1). La función fuente de Call H y K es un reflejo del perfil de temperatura cromosférico de la atmósfera de una estrella. Además la función fuente de Call también es un reflejo de la actividad magnética de la estrella [Schrijver et al. \(1998\)](#).

En [Plaskett \(1931\)](#) se estudiaron las líneas de Mgl que caen cerca de $\lambda = 5184 \text{ Å}$. Usando observaciones del centro del disco al limbo solar determinó que estas líneas no pueden explicarse con pura absorción o dispersión coherente, el propuso que la necesidad de una explicación con equilibrio estadístico o un NLTE.

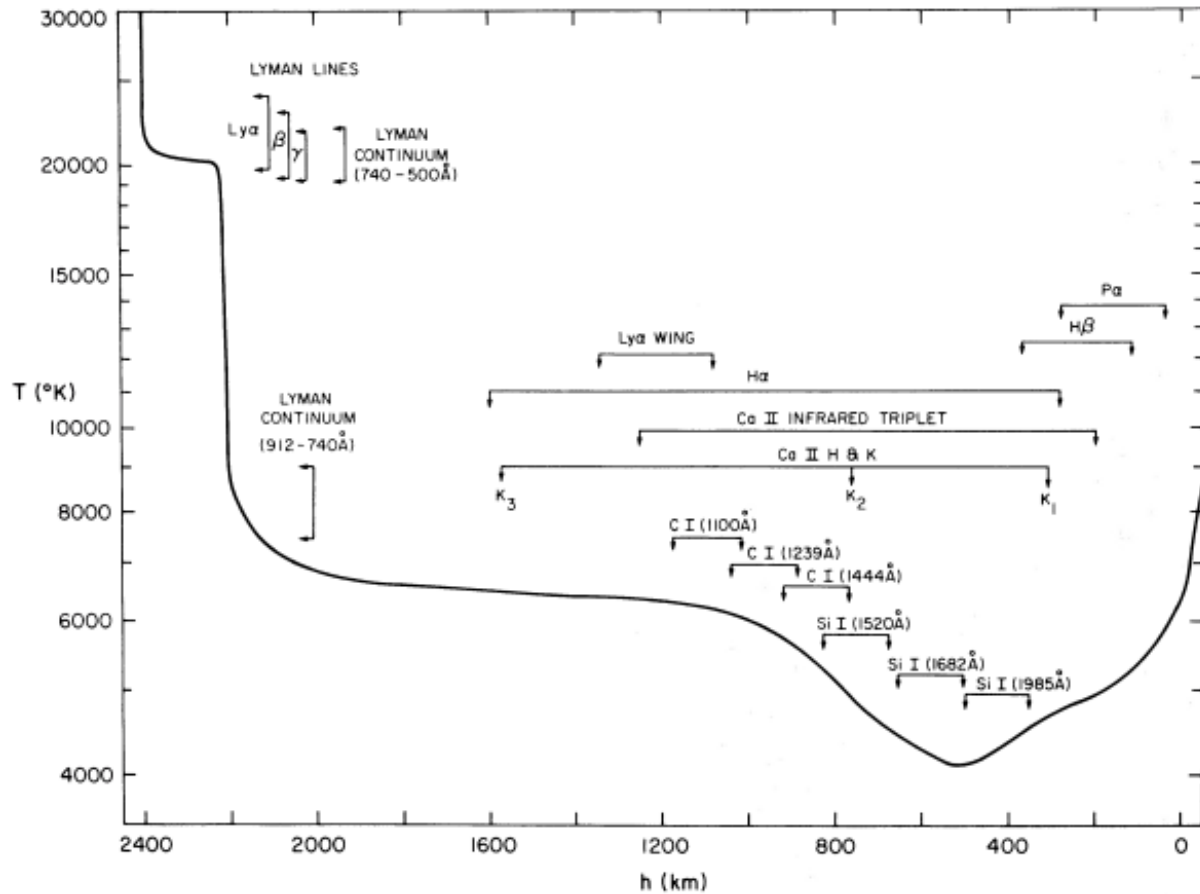


Figure 1.2. Perfil de Temperatura de la Cromósfera solar obtenido del modelo de [Vernazza et al. \(1973\)](#), también aparecen indicados las regiones en donde se formarían diferentes líneas de emisión-continuo.

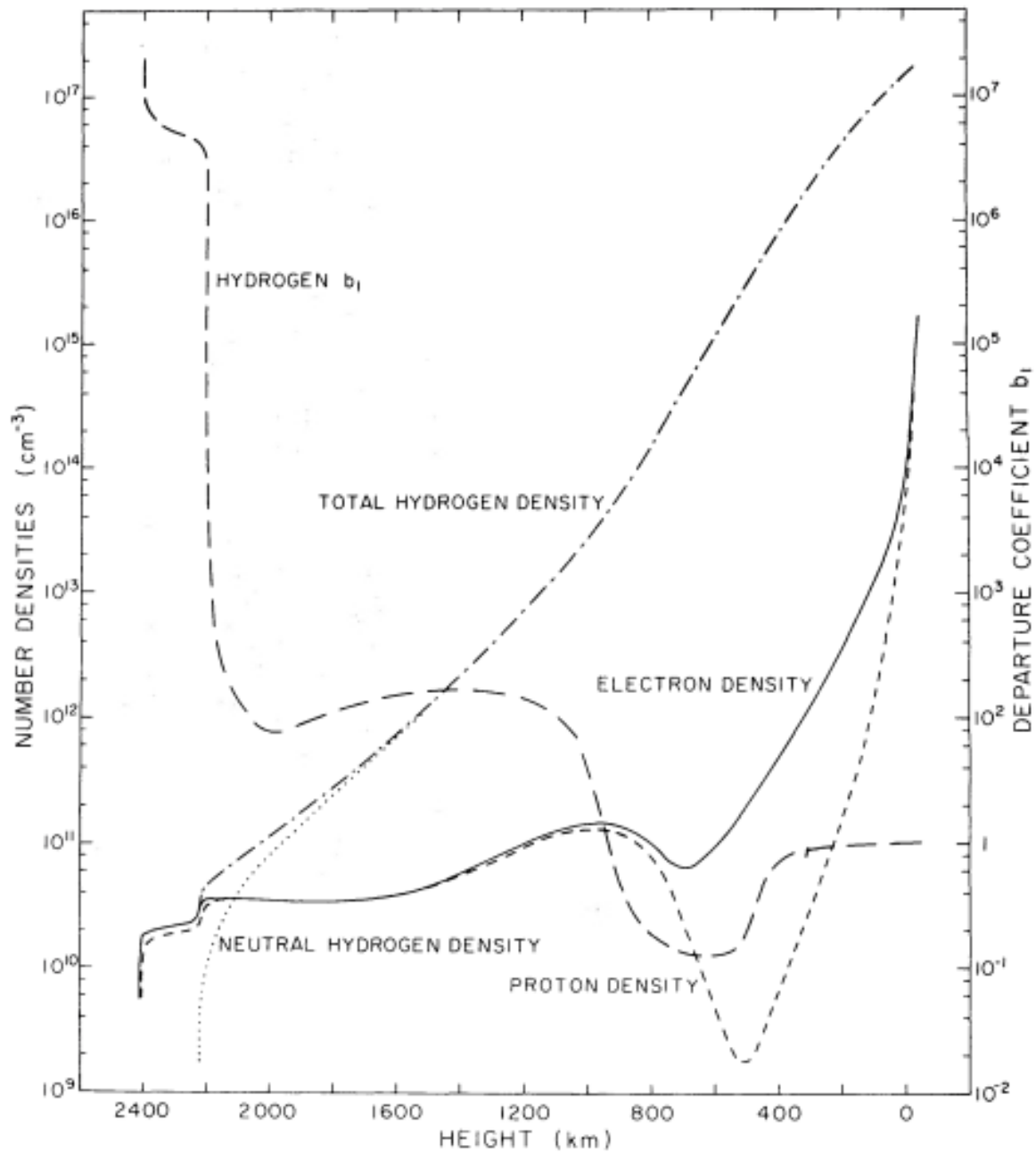


Figure 1.3. Perfiles del coef. b_1 , Temperatura y densidades de las partículas en el modelo de [Vernazza et al. \(1973\)](#).

2 ESTADO DEL ARTE

El problema de un acercamiento general para la descripción de un entorno gaseoso con posibles desvíos del equilibrio termodinámico no es trivial.

Dada la complejidad del problema, su estudio involucra una serie de aproximaciones, las primeras fueron simplemente la incorporación de modelos hidrostáticos, posteriormente se incluyeron modelos hidrodinámicos y magnetohidrodinámicos (MHD). Estos últimos son el estado del arte para el estudio de las cromosferas estelares, como el caso del Sol. Sin embargo, ninguno de ellos ha podido reproducir las condiciones físicas de una atmósfera exterior como la del Sol o de estrellas de tipo solar ([Fontenla et al., 2006](#)). Los modelos más sofisticados utilizan aproximaciones MHD en 3D, pero con la inconsistencia de suponer que el gas se encuentra totalmente ionizado, en este caso sería una mala aproximación pues las observaciones de CO en el Sol nos restringen temperaturas mucho menores a las necesarias para un gas de Hidrógeno completamente ionizado; para que un gas se encuentre totalmente ionizado es necesario temperaturas mayores a 20,000 K ([Aschwanden, 2006](#)). La inclusión de un plasma parcialmente ionizado nos obliga a calcular el equilibrio estadístico, ya que la aproximación de Saha no es válida para este tipo de sistemas pues sabemos que la cromosfera se encuentra fuera de equilibrio termodinámico ([Hansteen et al., 2007](#)).

Se han desarrollado herramientas numéricas capaces de resolver las ecuaciones MHD acopladas con el cálculo de los estados de ionización fuera de equilibrio incluyendo los procesos radiativos, simulando de manera más realista las condiciones en la atmósfera solar ([Hansteen et al., 2007](#); [Leenaarts et al., 2007](#)). Para este propósito se han desarrollado diversos códigos computacionales, por ejemplo, el código Bitfrost ([Gudiksen et al., 2011](#)), que simula atmósferas estelares desde la zona de convección hasta la corona, el cual resuelve las ecuaciones de la MHD considerando efectos de conducción térmica y la transferencia radiativa en las aproximaciones Local Thermodynamic Equilibrium (LTE) y Non-local Thermodynamic Equilibrium (NLTE) para Hidrógeno. El código MURaM ([Rempel et al., 2009](#); [Vögler et al., 2005](#)), desarrollado para aplicaciones en la zona de convección solar y en la fotosfera, resuelve las ecuaciones de la MHD no ideal, considerando transferencia radiativa no local y no gris, es decir que el coeficiente de absorción no es constante e incluyen efectos de ionización parcial y en su estudio determinaron que esto último son necesarias si un modelo será comparado con observaciones. En el trabajo de [Fontenla et al. \(2006\)](#) se desarrolla un modelo de transferencia radiativa similar al de [Vernazza et al. \(1973\)](#) pero con más de 13,000 líneas atómicas y 480,000 líneas moleculares. Como perfil hidrostático usan el modelo ValC ([Vernazza et al., 1981](#)) el cual es un promedio de las condiciones

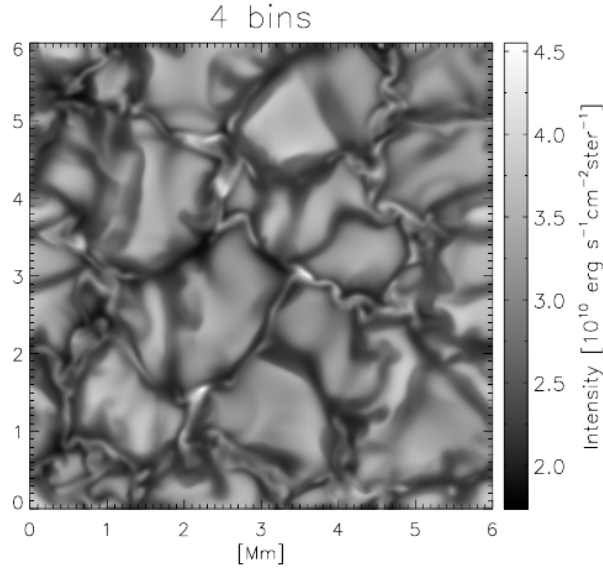


Figure 2.1. Simulación MURaM, combinación de 4 opacidades distintas ($\tau_{Ross} = 1$) donde se muestran gránulos de la fotosfera.

de Sol quieto y Sol activo.

El código COBOLD (Freytag et al., 2012) diseñado para simulaciones en una malla de volúmenes finitos, cartesiano, usa el método "operator splitting", dividiendo el problema en pasos de 1D. Así toma en cuenta microfísica detallada de las capas de superficies solares y estelares, y resuelve las ecuaciones de la hidrodinámica y MHD incluyendo gravedad, intercambio de energía radiativa y ionización del hidrógeno en LTE y pura absorción.

Se encuentra el código ANTARES (Muthsam et al., 2010) desarrollado para simulaciones en hidrodinámica estelar con transferencia radiativa y microfísica realista en 1D, 2D y 3D.

Uno de los trabajos más recientes es el trabajo de Sukhorukov et al. (2018) donde usan el modelo BITFROST para producir las líneas H y K de CaII y compararlas con imágenes del observatorio CHROMIS. En este trabajo se concluye que los cálculos de transferencia radiativa para modelos de este tipo deben llevarse a cabo en simulaciones 3D con gran resolución y una ecuación de estado que tome en cuenta ionización NLTE de H y He y que incluya efectos de interacciones entre iones y neutros.

Así mismo, en México se han desarrollado códigos que modelan ambientes cromosféricos. Por un lado CAFE Newtoniano (González-Avilés and De la Luz, 2018) puede evolucionar dinámicamente cubos 3D utilizando la aproximación de un plasma completamente ionizado. También está PakalMPI (De la Luz et al., 2010) que resuelve el equilibrio estadístico de forma discreta utilizando la aproximación de Fuera de Equilibrio Termodinámico Local. Por otro lado se encuentra el código JOANNA (Díaz-Figueroa et al., 2023) que modela espículas en la cromósfera solar usando un modelo de dos fluidos, iones electrones y neutros. Para el campo magnético se usaron campos verticales constantes y tubos de flujos para simular el ambiente de las espículas. Se encontró en este trabajo que la fricción entre iones y neutros difícilmente contribuye al calentamiento del ambiente coronal.

A continuación describimos tanto a CAFE como a PakalMPI.

2.0.1 Código CAFE Newtoniano

CAFE Newtoniano es un código diseñado originalmente para resolver las ecuaciones de la MHD ideal clásica en tres dimensiones cartesianas sometido a un campo gravitacional constante (González-Avilés et al., 2015). El propósito inicial del código era el análisis de fenómenos solares dentro de la región fotosfera-corona. El código CAFE Newtoniano ha sido mejorado recientemente para resolver las ecuaciones MHD bajo los efectos de resistividad magnética y la transferencia de calor (González-Avilés and De la Luz, 2018), con el principal objetivo de estudiar la formación de jets en la atmósfera solar y la propagación de Eyecciones de Masa Coronal (EMCs) en el medio interplanetario, así como mejorar el estado del arte en simulaciones relacionadas con la formación de jets a diferentes escalas en la atmósfera solar. Los algoritmos numéricos implementados en el código están basados en métodos de captura de choques de alta resolución (LeVeque and Leveque, 1992), usando fórmulas de flujo, tales como las de Harten-Lax-van Leer-Einfeldt (HLL), Harten-Lax-van Leer-Contact (HLLC) y las fórmulas Harten-Lax-van Leer-Discontinuidades (HLLD) (Einfeldt, 1988; Harten, 1983; Li, 2005; Miyoshi and Kusano, 2005) combinado con los reconstructores MINMOD, MC y WENO5 (Harten et al., 1997; Radice and Rezzolla, 2012; Titarev and Toro, 2004). La constricción del campo magnético libre de divergencia es controlada usando el método extendido generalizado de Multiplicadores de Lagrange (EGLM) (Dedner et al., 2002) y el método de transporte de flujo constreñido (Flux-CT) (Balsara, 2001; Evans and Hawley, 1988). El código ha sido examinado en pruebas básicas en 1D y 2D para demostrar la calidad de los métodos numéricos implementados (González-Avilés et al., 2015). El código ha sido aplicado al estudio de la influencia de ondas de Alfvén en el proceso del calentamiento coronal en el Sol quieto (González-Avilés et al., 2015), la formación de jets con características de espículas tipo II y jets coronales fríos como resultado de la reconexión magnética en 2D y 3D, y la generación in-situ de ondas de Alfvén en la corona solar (González-Avilés and De la Luz, 2018; González-Avilés et al., 2017; González-Avilés et al., 2019). Más recientemente, se ha estudiado el efecto de la conductividad térmica en la morfología y dinámica de jets con características de espículas tipo II (González-Avilés et al., 2020).

2.0.2 PakalMPI

PakalMPI fue diseñado para resolver la ecuación de transferencia radiativa en 3D usando la aproximación de fuera de equilibrio termodinámico local (NLTE) (De la Luz et al., 2010; De la Luz et al., 2011). El código recibe como entrada perfiles de Hidrógeno, Temperatura, una serie de abundancias y los coeficientes de despegue para el Hidrógeno que representan una atmósfera hidrostática estratificada. Para resolver el sistema, el modelo tiene dos pasos principales: i) computar las condiciones físicas para todas las capas de la atmósfera y ii) resolver la ecuación de transferencia radiativa en una geometría 3D. Las condiciones físicas incluyen cálculos NLTE para las siguientes especies: Hidrógeno neutro, Hidrógeno ionizado e Hidrógeno con dos electrones (HI, HII, H-), y densidad electrónica usando una aproximación descrita en De la Luz et al. (2011). La contribución de otros átomos son calculados en el equilibrio termodinámico clásico usando

la ecuación de Saha. Con estos perfiles de abundancia, PakalMPI resuelve la ecuación de transferencia radiativa en un ser de trayectorias en 3D usando opacidades enfocadas en la emisión submilimétrica. PakalMPI ha sido usado en el estudio de la emisión de la región del mínimo de temperatura solar ([De la Luz et al., 2012](#)), la emisión en el continuo del Sol quieto ([De la Luz, 2016](#)), fulguraciones solares ([Trottet et al., 2015](#)), y emisión cromosférica en estrellas de tipo solar ([Liseau et al., 2015](#)). El diseño de PakalMPI permite integrar los resultados de CAFE como datos de ingreso a PakalMPI. Sin embargo, el cálculo de las abundancias no fue paralelizado, por esta razón en el modelo del presente trabajo se desarrolló un método de paralelización que optimiza los cálculos en 3D.

3 OBJETIVOS

En el cálculo de de Cromósferas estelares que dependen del tiempo se tienen que hacer ciertas simplificaciones, entre algunas son la omisión de la ionización del H, He, o el H-, se han logrado resultados plausibles para condiciones solares, pero cuando se requieren soluciones para estrellas con otras condiciones, mas calientes o menor gravedad, estos efectos no se pueden ignorar [Wolf \(1983\)](#). El cálculo de la ionización se puede hacer en condiciones estáticas cuando se define la presión o la temperatura, pero usando ecuaciones dependientes del tiempo, los estados de ionización se tienen que recalcular para momento y celda de la malla que se usa. Así se tienen que usar métodos iterativos que hagan converger el mayor número de procesos físicos que ocurren en una atmósfera estelar.

En este proyecto se construye un modelo MHD 3D multi especie fuera de equilibrio termodinámico local con el objetivo de modelar de forma más realista cromosferas estelares de estrellas tipo solar y utilizar las observaciones más recientes de estrellas de tipo solar observadas por el Gran Telescopio Milimétrico (GTM), por ALMA y por el VLA.

El código de CAFE resuelve de manera computacional las ecuaciones ideales de MHD bajo los efectos de la resistividad magnética y la transferencia de calor considerando un plasma completamente ionizado. Por otro lado, PakalMPI resuelve la densidad de los estados de ionización usando la aproximación NLTE para el Hidrógeno (H), densidades electrónicas, y el ion negativo del Hidrógeno (H^-), otras especies son computadas por la aproximación clásica del equilibrio termodinámico local (LTE). El propósito central del modelo es el análisis del fenómeno solar en la región cromosférica.

La incorporación de una ecuación de estado para ambos modelos es la principal innovación que se propone en este proyecto, la cual permitirá tener uno de los códigos más modernos y en el estado del arte del modelado en atmósferas estelares.

Los objetivos de manera concreta son:

- Integrar un código 3D MHD multiespecie fuera de equilibrio termodinámico local utilizando los modelos CAFE Newtoniano y PakalMPI a partir de una ecuación de estado unificado para ambos códigos.
- Determinar cuál es la configuración magnética necesaria para poder sostener una crómósfera estelar, similar a las observadas en milimétrico y submilimétrico con observaciones VLA y ALMA, ya se cuenta con estas últimas observaciones.

- Hacer un análisis de convergencia para en la integración de ambos modelos.
- Optimizar el integrador de la ecuación de transferencia radiativa en cubos 3D para el cálculo de la emisión a longitudes de onda sub-milimétrica.

4 METODOLOGÍA

4.1 PAKAL

4.1.1 Ionización NLTE

La aproximación de LTE permite un cálculo relativamente muy simple y rápido utilizando la distribución de Saha-Boltzmann. La aproximación NLTE tiene en cuenta el hecho de que el nivel de las poblaciones está influenciado por el campo de radiación. LA ecuación de Saha no es suficiente para encontrar los estados de ionización pues estamos considerando un ambiente que no se encuentra en LTE y debemos considerar los efectos producidos por los choques de partículas. Si consideramos los estados energéticos de los átomos, esto tiene como consecuencia un cambio en los estados de ionización. La aproximación de LTE permite un cálculo relativamente muy simple y rápido utilizando la distribución de Saha-Boltzmann. La aproximación NLTE tiene en cuenta el hecho de que el nivel de las poblaciones está influenciado por el campo de radiación, para esto requerimos el modelo de equilibrio estadístico.

Podemos definir el equilibrio estadístico como el balance entre la producción de electrones osea ionización de átomos y la recombinación, así como los cambios de niveles energéticos en los diferentes especies de átomos y especies, ver figura 4.1. Esto se describe en la ecuación de equilibrio estadístico para el modelo de algún átomo en particular:

$$n_l \left(\sum_{m=1(\neq l)}^{\aleph} \mathbf{P}_{lm} + \mathbf{P}_{lk} \right) = \sum_{m=1(\neq l)}^{\aleph} n_m \mathbf{P}_{ml} + n_{\kappa} \mathbf{P}_{\kappa l} \quad (4.1)$$

donde n_l es la densidad numérica de los átomos en el nivel l , $\mathbf{P}$ son las tasas de cambio de un nivel a otro, κ es el el nivel donde el electrón se libera del átomo, es decir que el átomo es ionizado, y $\aleph$ es el número de niveles energéticos.

4.1.2 Densidad electrónica

Hay que considerar que la densidad de electrones son contribuidos por los átomos de H ionizado (H_{II}) o densidad de protones (n_p) más la contribución de elementos más pesados como He , C ,

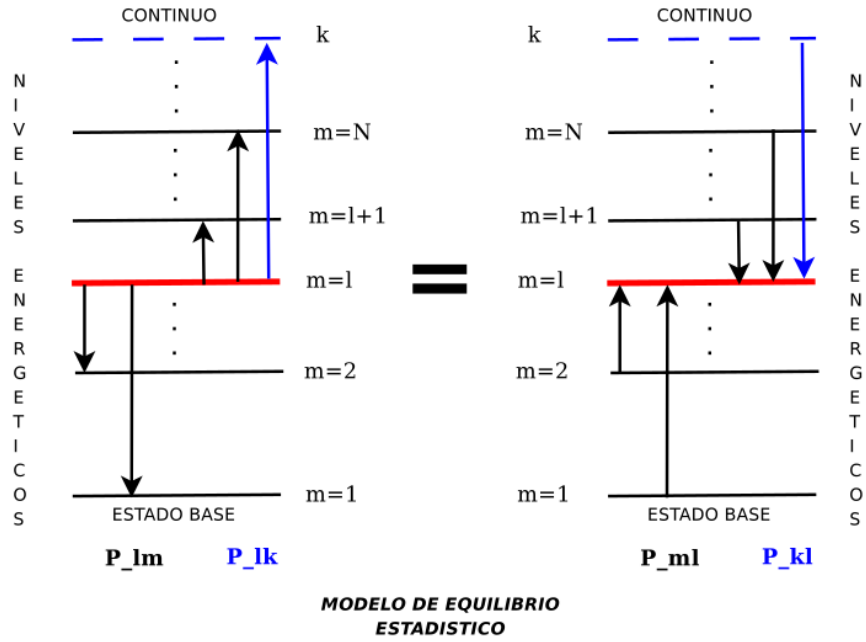


Figure 4.1. Modelo de equilibrio estadístico (obtenido de la tesis de doctorado de Víctor De la luz)

etc:

$$n_e = n_p + 1n_{He_{II}} + 2n_{He_{III}} + 1n_{C_{II}} + 2n_{C_{III}} + 3n_{C_{IV}} + \dots + N_{\xi}n_{\xi, N_{\xi}} + \dots + N_{F n_{\Xi, N_F}} \quad (4.2)$$

donde N_{ξ} es el grado de ionización para un átomo ξ y $n_{\xi, N_{\xi}}$ es la densidad numérica para su nivel de ionización N_{ξ} . F es el tope de átomos considerados y Ξ el máximo nivel de ionización considerado.

De esta manera, la suma de contribución de electrones puede ser expresada de manera reducida:

$$n_e = n_p + \sum_{\xi=He}^{\Xi} \sum_{N_{\xi}=1}^F N_{\xi} n_{\xi, N_{\xi}} \quad (4.3)$$

4.1.3 Método numérico

PAKAL empieza una ejecución leyendo un modelo atmosférico, ver figura 1.2. Este modelo se compone de 5 cantidades físicas: altura sobre la fotosfera, temperatura, densidad de hidrógeno, átomos presentes con sus abundancias respecto al H y el parámetro b1. Estos valores permiten crear una estructura de cubos 3D cartesianos de 3Mm por lado. El código cuenta con un modelo atómico con los valores fundamentales como los son sus potenciales de ionización. Con lo anterior definido, Pakal utiliza un módulo llamado Jaguar para calcular la densidad electrónica y las abundancias.

Las abundancias se definen de la siguiente manera:

$$\frac{n_{\xi}}{n_H} = A_{\xi} \quad (4.4)$$

Posteriormente se calculan los diferentes estados de ionización a partir de la Temperatura, H y las demás abundancias :

$$n_{\xi, N_{\xi+1}} = 10^{f_{\xi, N_{\xi}}(T, n_e)} n_{\xi, N_{\xi}} \quad (4.5)$$

donde N_{ξ} es el estado de ionización para el átomo ξ . Esto es posible resolviendo Saha de manera dinámica usando una matriz de nxn con n siendo el número de especies. Para el caso NLTE, este cálculo entrega el número de electrones donados por especies diferentes al H. Después se calcula el parámetro d:

$$d = b_l \psi(T) \left(1 + \sum_{l=2}^N \frac{n_l}{n_1} \right) \quad (4.6)$$

donde $\psi(T)$ es la ec. de Saha, b_l es el coeficiente de despegue:

$$b_l = \frac{n_l/n_l^*}{n_k/n_k^*} \quad (4.7)$$

donde n_l es la densidad numérica del átomo ξ en el estado energético l y n_k en el estado ionizado. Los asteriscos indican las densidades en LTE.

Es complicado calcular b_l por lo que toma de perfiles ya conocidos. Se hace una aproximación en el espacio de las densidades, temperaturas y valores conocidos de . Esta es una aproximación tridimensional que nos da el valor más cercano a b_1 . Con la contribución de electrones diferentes al hidrógeno y el parámetro d , Jaguar calcula la densidad electrónica en NLTE utilizando la siguiente ecuación:

$$n_e = \frac{-(1 - Zd) + \sqrt{(1 - Zd)^2 + 4d(n_H Z)}}{2d} \quad (4.8)$$

donde n_H es la densidad total de H y Z es la contribución de ionización expresada como:

$$Z = \sum_{\xi=He}^{\Xi} \sum_{N_{\xi}=1}^F N_{\xi, N_{\xi}} \quad (4.9)$$

También se toma en cuenta la cantidad de electrones proveniente del H^- definida en [Vernazza et al. \(1976\)](#):

$$n_{H^-} = 1.0354 \times 10^{16} b_{H^-} n_e n_{H_1} T^{-3/2} e^{8762/T} \quad (4.10)$$

.

4.1.4 CAFE

CAFE resuelve las ecuaciones de MHD ideal:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} + \mathbf{p}_t - \mathbf{B}\mathbf{B}) = \rho \mathbf{g} \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{B}\mathbf{v} - \mathbf{v}\mathbf{B}) = 0 \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla p + \gamma \nabla \cdot \mathbf{v} p = \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{g} \quad (4.14)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (4.15)$$

donde γ es el coeficiente de dilatación adiabática, p está definida como la ley de gases ideales, expresada para aplicaciones de fenómenos solares:

$$p = \frac{\rho k_b T}{\mu m_p} \quad (4.16)$$

siendo m_p la masa del protón.

A continuación presentamos una forma de visualizar el sistema de ecuaciones de acuerdo a los términos conservados $\mathbf{U}$, los términos de flujo $\mathbf{F}(\mathbf{U})$ y los términos fuente $\mathbf{S}$

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \rho \\ \rho \mathbf{v} \\ \mathbf{B} \\ E \end{pmatrix} + \nabla \cdot \begin{pmatrix} \rho \mathbf{v} \\ \rho \mathbf{v} + \mathbf{p}_t + \mathbf{B}\mathbf{B} \\ \mathbf{B}\mathbf{v} - \mathbf{v}\mathbf{B} \\ ((E + \mathbf{p}_t)\mathbf{v} - \mathbf{B}(\mathbf{B} \cdot \mathbf{v})) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \rho \mathbf{g} \\ 0 \\ \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{g} \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

Como vemos, $\mathbf{S} \neq 0$ entonces tenemos un sistema de ecuaciones inhomogeneas (Toro, 2013). Para resolver este sistema de ecuaciones pasamos a obtener los eigenvalores λ_i de una matriz $\mathbf{\Lambda}$ del polinomio característico

cuyos valores propios para la componente x son:

$$\lambda_{1,2,3,4,5,6,7,8} = \nu_x - C_{f_x}, \nu_x - C_{A_x}, \nu_x - C_{S_x}, \nu_x, \nu_x, \nu_x + C_{S_x}, \nu_x + C_{A_x}, \nu_x + C_{f_x}, \quad (4.18)$$

C_{A_x}, C_{f_x} y C_{S_x} son las velocidades de Alfvén, magnetosónica rápida y la velocidad magnetosónica lenta y están definidas de la siguiente manera:

$$C_{A_x}^2 = \frac{B_x^2}{\rho} \quad (4.19)$$

$$C_{f_x}^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma p + B^2}{\rho} + \sqrt{\left(\frac{\gamma p + B^2}{\rho} \right)^2 - 4 \frac{\gamma p B_x^2}{\rho^2}} \right) \quad (4.20)$$

$$C_{S_x}^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma p + B^2}{\rho} - \sqrt{\left(\frac{\gamma p + B^2}{\rho} \right)^2 - 4 \frac{\gamma p B_x^2}{\rho^2}} \right) \quad (4.21)$$

donde $B^2 = B_x^2 + B_y^2 + B_z^2$. Como este sistema de ecuaciones tiene eigenvalores diferentes y reales, el sistema de ecuaciones MHD ideal es hiperbólico, además los eigenvalores se encuentran ordenados de menor a mayor, osea $\lambda_1 \leq \dots \leq \lambda_8$ cuando $C_{fx} \leq C_{Ax} \leq C_{sx}$. Las ondas asociadas a los eigenvalores $\lambda_{1,x}$ y $\lambda_{8,x}$ son llamadas rápidas, $\lambda_{3,x}$ y $\lambda_{6,x}$ son las ondas lentas, las ondas de Alfvén corresponden a $\lambda_{2,x}$ y $\lambda_{7,x}$ y la onda $\lambda_{4,x}$ es la onda de contacto mientras que $\lambda_{5,x}$ es la onda de corte. Para obtener las componentes en y, z se sigue un procedimiento similar

Lo que queremos es resolver el sistema de ecuaciones 4.17, que podemos representar de la siguiente manera para la dirección x :

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = \mathbf{S} \quad (4.22)$$

Para integrar estas ecuaciones numéricamente vamos a usar el método de volúmenes finitos. Se trata de discretizar el espacio y el tiempo, en esta caso con una geometría cartesiana. En la Figura 4.2 se presenta un diagrama de este espacio, considerando solo la dirección x :

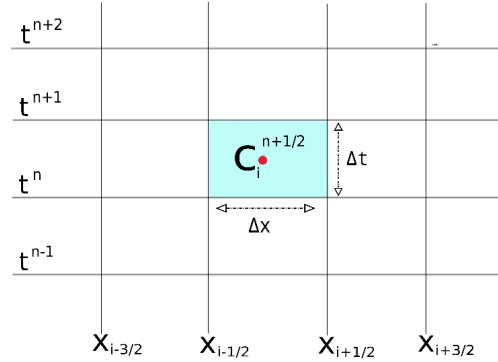


Figure 4.2. Discretización del espacio-tiempo en el esquema de volúmenes finitos. La celda señalada se encuentra centrada en $C_i^{n+1/2}$ y está localizada en $(t^{n+1/2}, x_1)$.

Entonces vamos a buscar aproximar las cantidades $\mathbf{S}, \mathbf{U}$ y los flujos intercelda $\mathbf{F}$

Para evolucionar las variables conservativas en el tiempo se usa:

$$\mathbf{Q}_i^{n+1} = \mathbf{Q}_i^n - \frac{\Delta x}{\Delta t} \left(\mathbf{F}_{i+1/2}^{n+1/2} - \mathbf{F}_{i-1/2}^{n+1/2} \right) + \mathbf{S}_i^n \Delta t \quad (4.23)$$

Donde $\mathbf{Q}$ es la integral de las variables $\mathbf{U}_i^n$ a lo largo de x :

$$\mathbf{Q}_i^n = \frac{1}{\Delta x} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \mathbf{U}(t_n, x) dx \quad (4.24)$$

, tenemos:

$$\mathbf{S}_i^n = \frac{1}{\Delta x \Delta t} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \mathbf{S}(t, x) dx dt \quad (4.25)$$

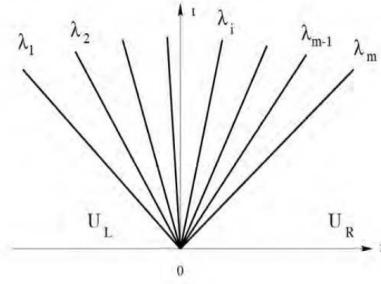


Figure 4.3. Estructura de soluciones al sistema de ec. lineales hiperbólicas con coeficientes constantes.

Los flujos en la ecuación 4.23 se calculan como un promedio temporal, de tal forma que los flujos entre celdas están definidos como:

$$\mathbf{F}_{i \pm \frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{\Delta x} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \mathbf{F}[\mathbf{U}(t, x_{i \pm \frac{1}{2}})] dt \quad (4.26)$$

Los flujos dados por la ec. 4.26 no se conocen inicialmente entonces se deben calcular para cada intercelda, es decir para todas las caras de los cubos de nuestra malla. De esta manera obtenemos un problema de Riemann con condiciones iniciales en un espacio discontinuo. La solución se puede esquematizar en el plano $x - t$ con m ondas saliendo del origen (pensemos en un vértice de la malla de la figura 4.2), uno para cada eigenvalor λ_i .

Los resolvedores de Riemann disponibles en CAFE son el HLL (Einfeldt, 1988), Harten (1983) Harten, HLLC (Li, 2005), HLLD (Miyoshi and Kusano, 2005) y Roe (Roe, 1981).

El resolvedor Roe, necesita la estructura característica completa, es decir los eigenvalores y los eigenvectores, mientras que el HLL necesita solamente los eigenvalores. Los resolvedores HLLC Y HLLD necesitan la información de las velocidades magnetosónicas rápidas y lentas, además de que para estos resolvedores se tienen que resolver ecuaciones asociadas a las condiciones de Rankine- Hugoniot.

HLL

HLL usa un solo estado intermedio constante calculado de un promedio conservativo, delimitado por el máximo y mínimo de las velocidades características, por tal razón se considera uno de los resolvedores aproximados más simples. En el caso de la MHD ideal se desprecian las ondas de Alfvén, magnetosónica lenta y de contacto. Por tal razón, el HLL es extremadamente difuso para estas ondas, sin embargo una de sus ventajas es que mantiene la positividad de la densidad y presión al menos en problemas 1D.

HLLC

En este caso en lugar de tener solo un estado intermedio, se tienen dos entre cada interfase separados por un velocidad S_M .

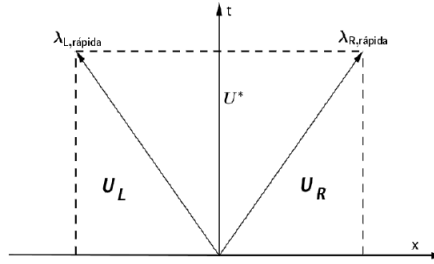


Figure 4.4. El resolutor HLL, usa solamente los valores propios de magnitud más grande, uno que corresponde a una onda que viaja a la derecha y otro que corresponde a una onda que viaja hacia la izquierda.

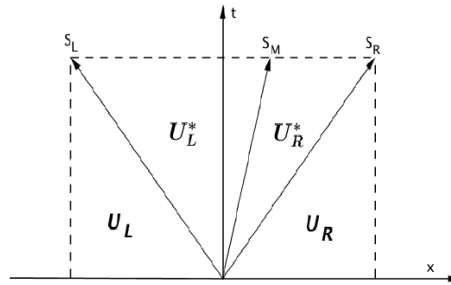


Figure 4.5. Estructura esquemática del abanico de Riemann con dos estados intermedios (HLLC).

HLLD

Se basa en la aproximación de que la velocidad normal es constante sobre el abanico de Riemann. Captura de manera exacta las discontinuidades aisladas que se generan en la MHD ideal, de ahí viene la denominación HLLD. Sin embargo debido a la suposición de que la velocidad normal es constante, y además de que la presión total es constante sobre el abanico de Riemann, no captura las ondas de choque lentas, pero si las discontinuidades rotacionales que se propagan con las ondas de Alfvén. Las dos implicaciones anteriores sugieren que para construir un resolutor de Riemann HLL con un mayor orden de aproximación el abanico de Riemann debe estar separado por cuatro estados intermedios como se ve en la figura 4.6. Entonces, lo que se tiene que resolver es el problema de Riemann aproximado en los cuatro estados separados por una onda entrópica y dos ondas de Alfvén.

Roe

La ventaja principal del método de Roe es que incluye toda la información característica del problema, y por lo tanto, es menos disipativo que por ejemplo el HLL, y además tiene mayor precisión para capturar discontinuidades de contacto. Se obtienen los flujos de forma exacta si la solución del problema de Riemann completo no lineal contiene solamente una discontinuidad aislada. Sin embargo, ya que este resolutor está basado en una linealización de las ecuaciones del sistema de ecuaciones, para algunos valores de los estados izquierdos o derechos el método puede fallar [Einfeldt et al. \(1991\)](#), regresando valores de densidad o presión negativos en uno o

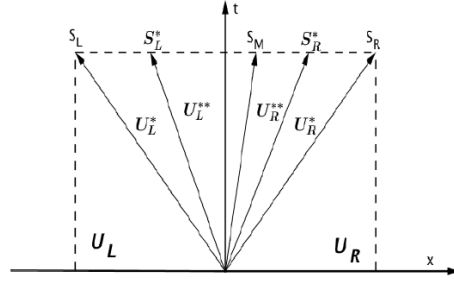


Figure 4.6. Estructura esquemática del abanico de Riemann con cuatro estados intermedios (HLLD).

más estados intermedios.

Reconstrucción de variables

Una vez usados los métodos anteriores para calcular los flujos numéricos ahora necesitamos recuperar las variables conservativas o primitivas a la izquierda y a la derecha de cada intercelda de la malla. Para reconstruir las variables se tienen a disposición en CAFE varios métodos, Godunov, MINMOD, MC y WENO ([Harten et al., 1997](#); [Radice and Rezzolla, 2012](#); [Titarev and Toro, 2004](#))..

Restricción $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$

Esta restricción debe satisfacerse numéricamente desde el tiempo inicial y durante toda la evolución. En CAFE se puede usar el método Transporte de Flujos Restringidos (Flux-CT, por sus siglas en inglés) ([Balsara, 2001](#); [Evans and Hawley, 1988](#)), este método se encuentra implementado en la MHD ideal. Existen otros métodos en donde se introduce una variable escalar extra que ayuda a disipar los errores de la divergencia, este tipo de métodos es conocido como limpieza hiperbólica de la divergencia ([Dedner et al., 2002](#)). En el caso de la MHD resistiva se usa un método basado en la limpieza hiperbólica, y es conocido como formulación extendida de los multiplicadores de Lagrange generalizados (EGLM, por sus siglas en inglés) ([Dedner et al., 2002](#)).

Evolución en el tiempo

Para evolucionar en el tiempo las ecuaciones de la MHD ideal y resistiva, CAFE cuenta con el método de líneas en combinación con el algoritmo de integración Runge-Kutta de tercer orden del tipo TVD (Total Variation Diminishing) ([Shu and Osher, 1989](#)), El método de líneas (MoL) consiste en escribir un sistema de ecuaciones diferenciales parciales como ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en el tiempo, de tal manera que las ecuaciones se puedan representar de la siguiente forma:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} = L(\mathbf{U}) \quad (4.27)$$

en donde $L(\mathbf{U})$ es un operador que contiene la información de la discretización espacial y los términos fuentes de las ecuaciones escritas en forma de ley de balance. Para resolver la ecuación anterior se debe tender cuidado con Δt que se tiene que definir como $\Delta t = C_{CFL} dx$, en donde C_{CFL} se toma como fijo y constante en CAFE. De esta manera se tiene que definir Δt de manera consistente con la velocidad de propagación de las señales a lo largo del dominio numérico, por ejemplo para el caso tres dimensiones se define como $\Delta t = C_{CFL} \min(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$.

Las condiciones de frontera usadas en CAFE son las de flujo saliente, flujo entrante, periódicas y fijas en el tiempo.

4.1.5 Implementación

Para implementar los dos modelos en conjunto se construyó un orquestador que llamamos Tonalli. En la figura 4.7 se esquematiza el método numérico implementado que se explica a continuación. El programa empieza con una atmósfera en equilibrio hidrostático, se generan 3 cubos de campos escalares $\rho, P, T(x, y, z)$. Estos cubos pasan a un módulo de Pakal que calcula las densidades de las especies que se utilizarán a partir de abundancias preestablecidas. Los cubos de especies pasan al módulo que calcula el NLTE hasta hacer converger todas las especies. Con los cubos NLTE se promedian todas las partículas para obtener un peso molecular promedio μ . Usando la ley de gases ideales y con el perfil de temperatura que usó Pakal se calcula un nuevo cubo de presión P . Estos cubos de ρ, P y T se pasan al módulo CAFE que resuelve las ecs. MHD con los métodos mencionados anteriormente. CAFE devuelve cubos de ρ, P y T evolucionados en un paso de tiempo " dt " definido con MHD. De manera paralela, se monitorea los cubos de n_e , lo que permite que el ciclo que se mencionó anteriormente converja dentro un de un rango de error definido, actualmente se usa el error relativo entre cubos de n_e de iteraciones subsecuentes. Además se monitorea la masa total del modelo, esto se hace sumando todas las especies para cada iteración, que son los cubos calculados por Pakal y se compara con la suma de partículas en los cubos de densidad total " ρ ", datos provenientes del módulo CAFE. Este proceso se realiza el numero de pasos de tiempo configurado por el usuario.

Primera ejecución

El modelo Tonalli se intentó ejecutar en el cluster *Mouruka*. Usando nodos de 32 procesadores para hacer pruebas de ejecución se encontraron errores de segmentation fault, relacionados con librerías usados por mpich, la implementación que usamos en el módulo de CAFE y PAKAL. Se intentó hacer la ejecución en otras máquinas como Saturno, servidor del IRYA, Data server del Laboratorio Intersicisciplinario de Cómputo Científico (LINCC) de la ENES Morelia, Finalmente se pudo ejecutar el programa en otra máquina del LINCC. La configuración que ha permitido la ejecución, en particular del módulo CAFE que es la que presenta el problema de segmentación es una máquina con GNU Linux con Kernel 4.4.0-148 generic versión de gcc, gfortran y g++ este proceso se explicará en el siguiente capítulo.

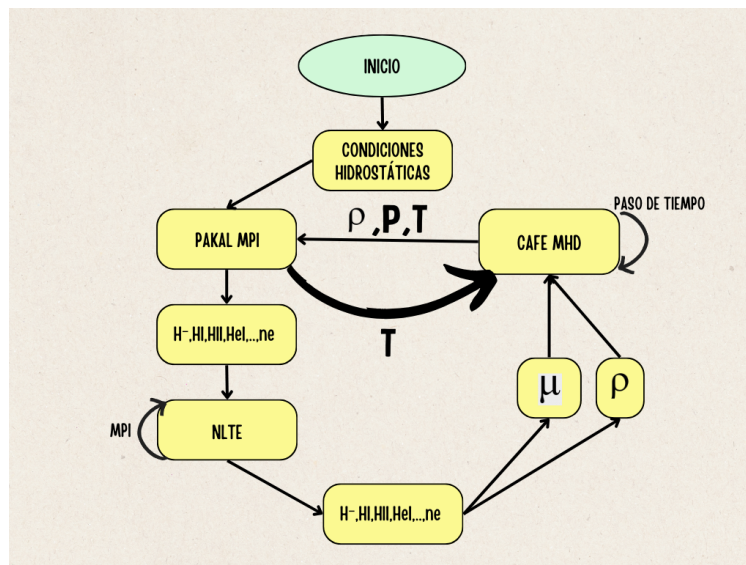


Figure 4.7. Diagrama de flujo de la implementación de Tonalli

5 RESULTADOS

5.0.1 Condiciones iniciales

EL perfil de temperatura y densidad usados provienen de VALC [Vernazza et al. \(1976\)](#), con estos perfiles se construyen cubos 3D cartesianos de $3Mm$ de longitud, divididos en 120 secciones cada lado. se usaron las especies de HI , HII , H^- , HeI , $HeII$, $HeIII$, n_e . Para monitorear el error se usa un rango de error relativo de $\epsilon = 1e - 5$

En CAFE se usa el resolovedor HLLE, el reconstructor de variables MINMOD, para la restricción $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ se usa FluxCT. El parámetro $\gamma = 1.66$ un $C_{CFL} = 0.2$, un paso de tiempo de 0.05 segs, y un campo magnético homogéneo vertical de 2.23 G. Para la evolución en el tiempo se usó el método de líneas con Runge-Kutta de tercer orden .

El modelo se ejecutó en paralelo en una máquina con 12 hilos. Con una ejecución así el modelo converge la n_e en 2 iteraciones, usando 5 pasos de tiempo el cómputo logra realizarse en unos 20 minutos.

5.0.2 Resultados

En las siguientes figuras mostramos los cubos de densidad de las diferentes especies, densidad total y Temperatura para $t=0$, $t=0.75$ y $t=1.5$ segs:

Se puede observar que en la figura [5.5](#) se muestran cubos de densidad de HeI con la parte superior sin colores. Esto indica que la densidad de HeI a disminuido hasta cero.

En la figura [5.6](#) se muestra de manera más clara cómo evolucionan cubos de n_e , ρ y T , solo mostramos su perfil en la dirección Z . Estos perfiles corresponden a las iteraciones 0,4,8,12,16,20, correspondientes a los tiempos 0,0.1,0.2,0.3,0.4 y 0.5 segundos

En la gráfica [5.7](#) se muestra el error relativo calculado entre el cubo de una iteración y la iteración anterior. En este caso mostramos el error en 32 iteraciones.

En la gráfica [5.8](#) mostramos como varía el número de partículas por cada iteración. En la línea roja se muestra el número de partículas obtenidas a partir de los cubos de densidad calculados por el módulo CAFE. En la línea azul se muestran la suma de todas las especies que provienen de Pakal.

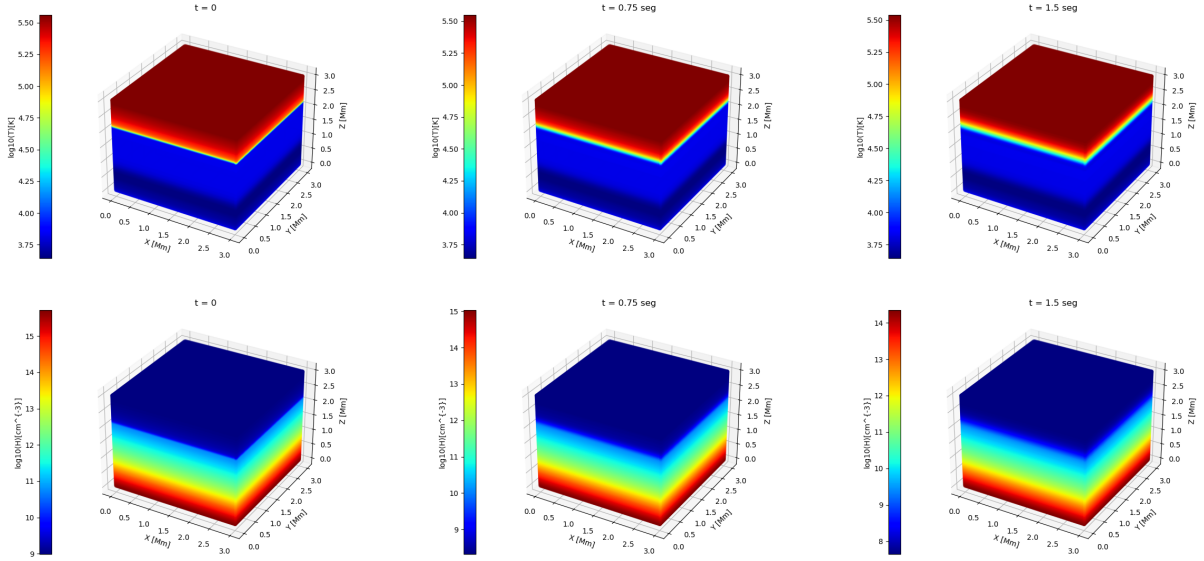


Figure 5.1. Cubos de Temperatura (fila superior) y cubos de densidad de H (fila inferior) producidos por el modelo, representados en los tiempos $t = 0$, $t = 0.75$ seg y $t = 1.5$ seg.

La gráfica de la figura 5.8 muestra que se va perdiendo masa por cada iteración del modelo, en 10 iteraciones el número de partículas disminuye un orden de magnitud. Esto se ve reflejado en los perfiles de la figura 5.6 donde vemos que por cada iteración la densidad de n_e va disminuyendo, particularmente en el rango de 0.5 a 3.3 Mm, y en el caso de ρ vemos que la densidad general va disminuyendo en todas las alturas hasta un orden de magnitud.

De manera paralela vemos la gráfica de error relativo mostrada en la figura 5.7. Como se había mencionado, aquí se muestra el error relativo promedio entre dos cubos subsecuentes de la densidad electrónica n_e . Los cubos de n_e son calculados por Pakal. En esta gráfica vemos como la pérdida de electrones es mínima. Esta figura en conjunto con el perfil de n_e de la figura 5.6 nos muestra que hay una discrepancia.

Para resolver el problema se revisaron los módulos que componen Tonalli. Se encontró que cuando los cubos de especies pasan al módulo "rho" hay una diferencia entre la suma de especies y la densidad total, véase figura 4.7. Se hizo una modificación al esquema Tonalli para que la densidad no sea calculada a partir de los cubos μ de peso molecular promedio, en vez de esto se calculo los cubos de densidad sumando los cubos de todas las especies incluyendo electrones. En la figura 5.9 mostramos los errores relativos calculados con los cubos de densidad total, antes y después de la corrección en el modelo. En los diagramas de error se observa que en 10 iteraciones se producía una pérdida de masa de un 60%. Con la corrección, la pérdida de masa en 10 iteraciones es del 5%.

Con esto actualizamos las figuras de los perfiles como en la figura 5.6 ahora en la figura 5.10:

De manera adicional mostramos una convergencia del mismo modelo con la diferencia que se usó un paso de tiempo de 50 seg.

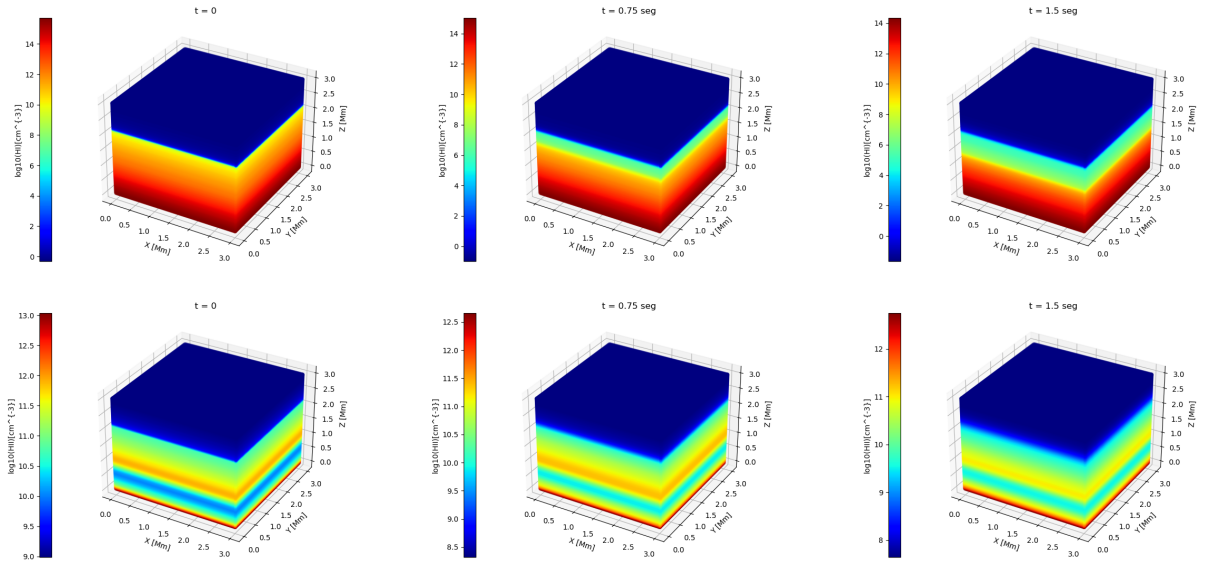


Figure 5.2. Cubos de densidad de HI (fila superior) y cubos de densidad de HII (fila inferior) producidos por el modelo, representados en los tiempos $t = 0$, $t = 0.75$ seg y $t = 1.5$ seg.

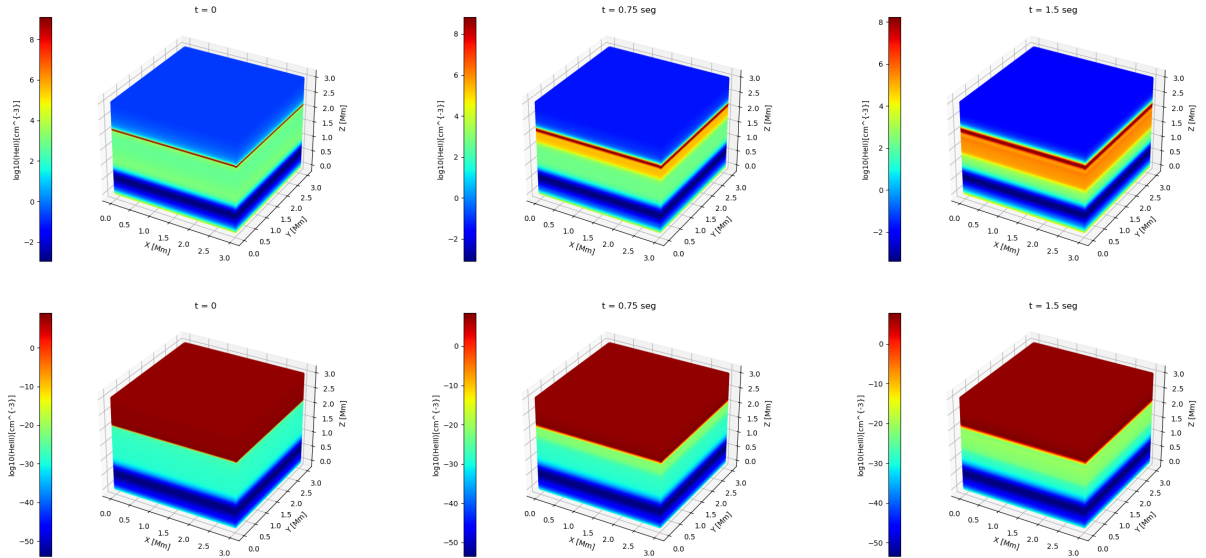


Figure 5.3. Cubos de densidad de HeII (fila superior) y cubos de densidad de HeIII (fila inferior) producidos por el modelo, representados en los tiempos $t = 0$, $t = 0.75$ seg y $t = 1.5$ seg.

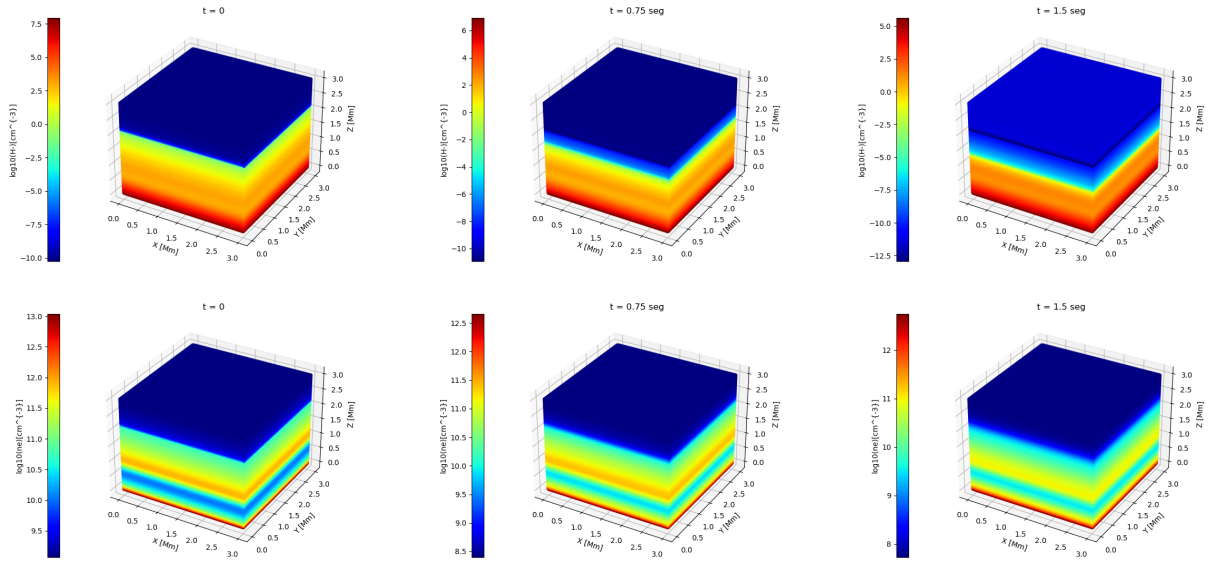


Figure 5.4. Cubos de densidad de H^- (fila superior) y cubos de densidad de n_e (fila inferior) producidos por el modelo, representados en los tiempos $t = 0$, $t = 0.75$ seg y $t = 1.5$ seg.

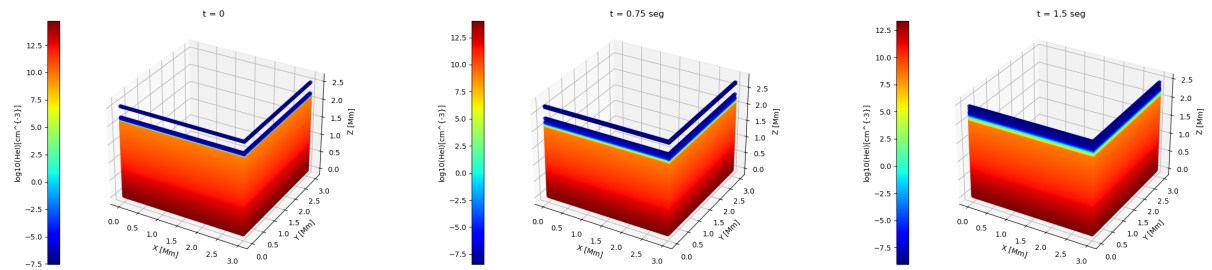


Figure 5.5. Cubos de densidad de HeI , representados en los tiempos $t = 0$, $t = 0.75$ seg y $t = 1.5$ seg. Las secciones superiores que carecen de colores indican que la densidad de HeI llega a 0.

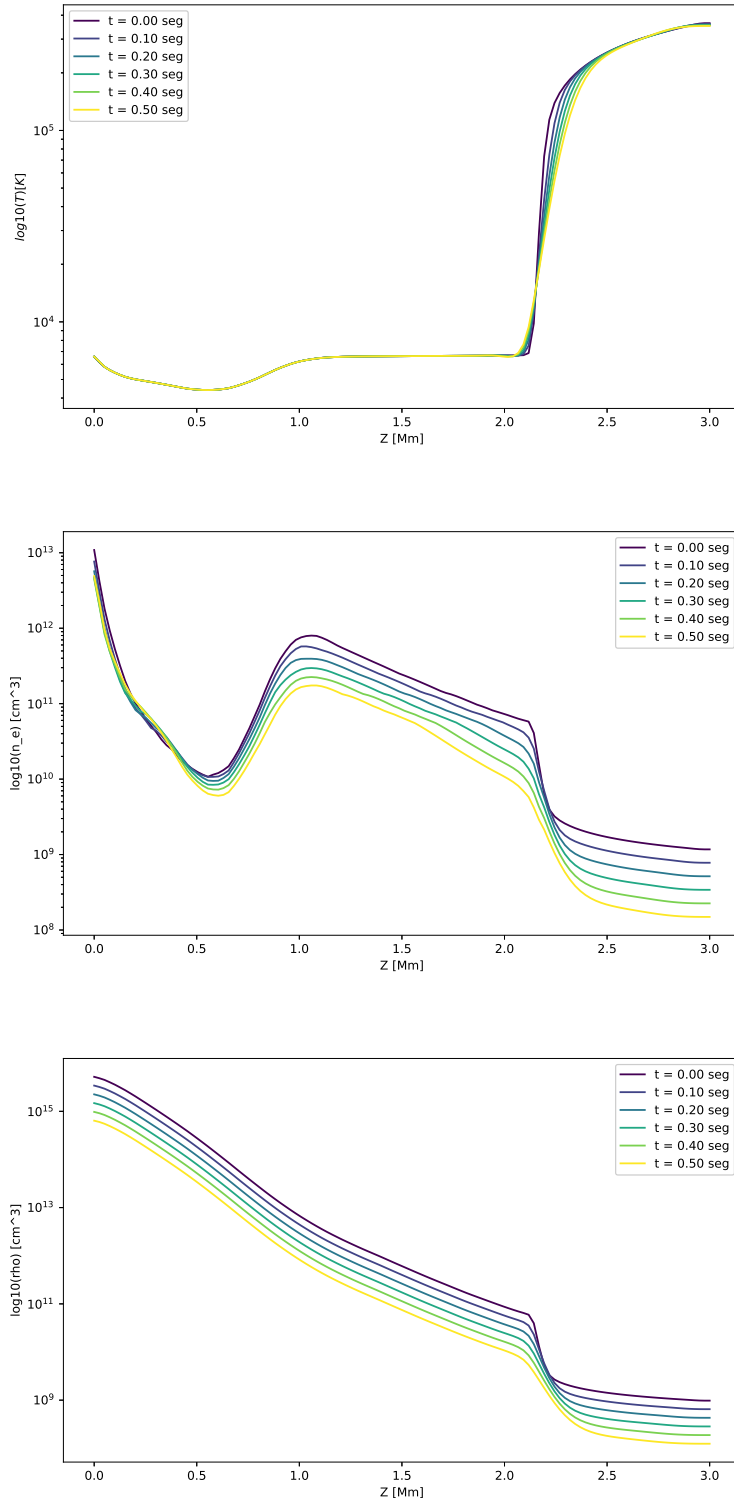


Figure 5.6. Evolución del modelo mostrado en las iteraciones 0,4,8,12,16,20, correspondientes a los tiempos 0,0.1, 0.2,0.3,0.4 y 0.5 seg.

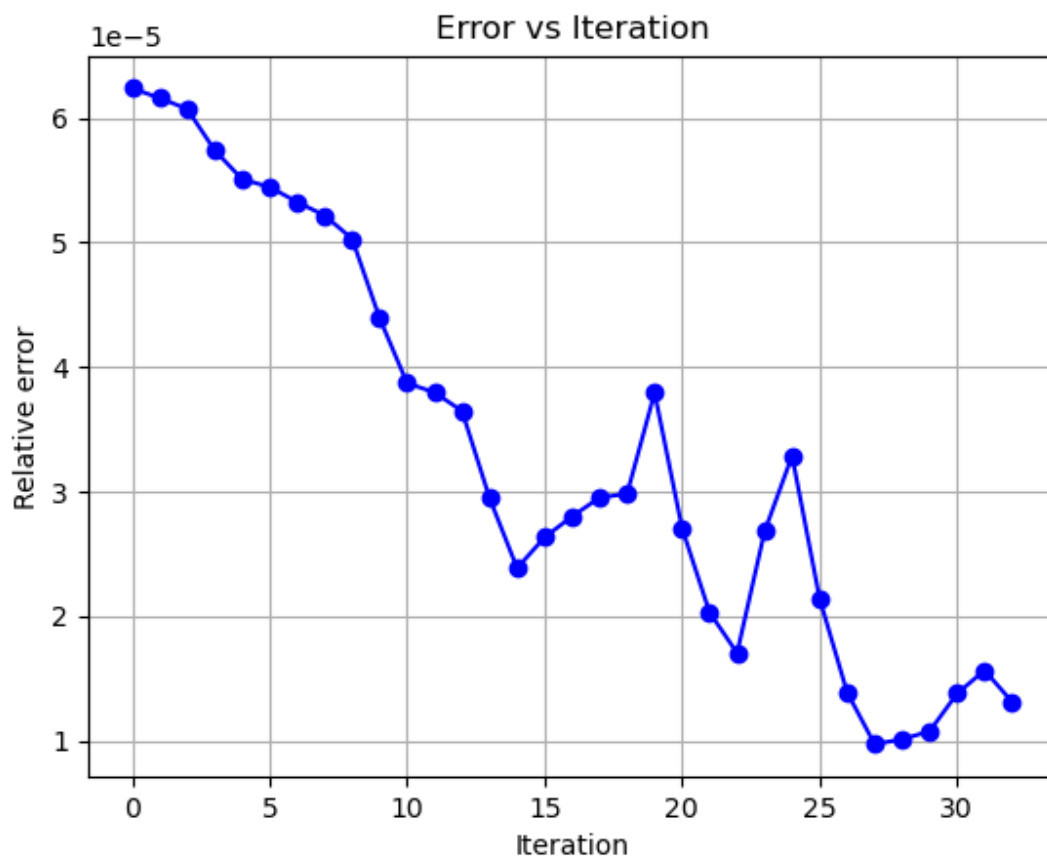


Figure 5.7. Error relativo entre dos cubos subsecuentes para todas las iteraciones.

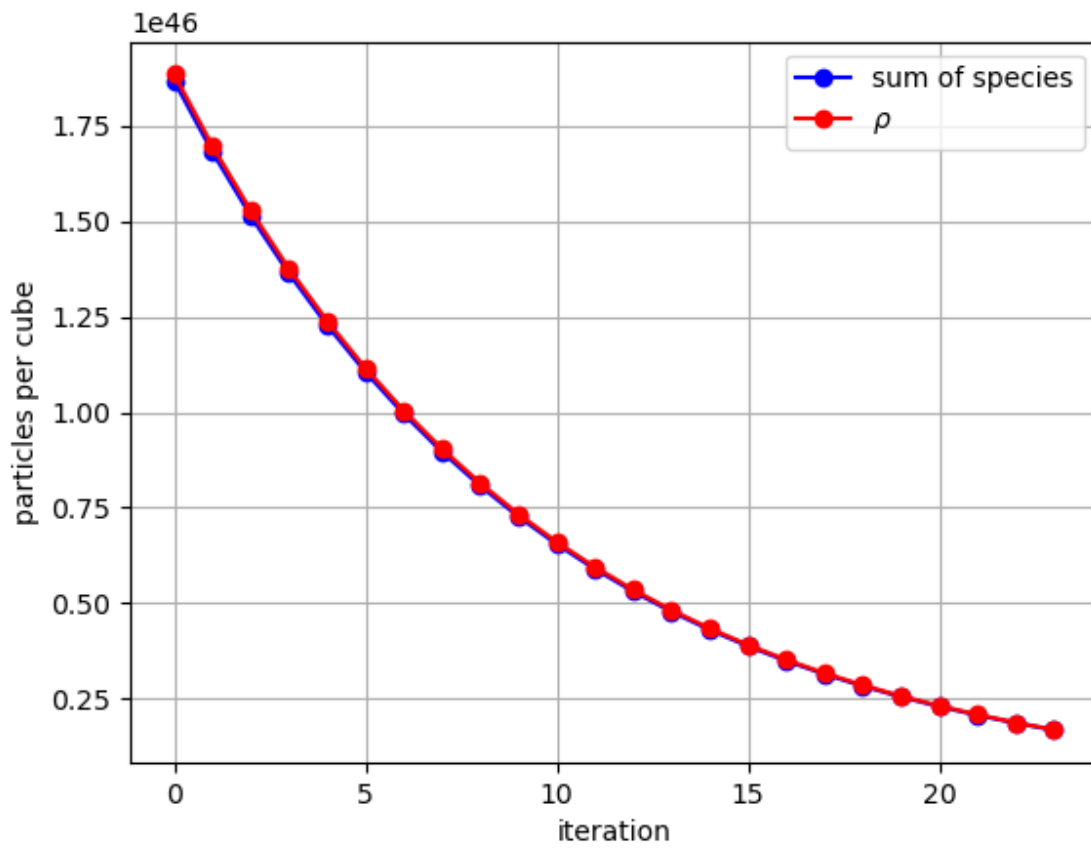


Figure 5.8. Evolución del número de partículas a lo largo de las iteraciones. En la línea azul se muestra la suma de todas las especies obtenidas del módulo Pakal. En rojo se muestra el número de partículas obtenidas de los cubos ρ calculados por el módulo CAFE.

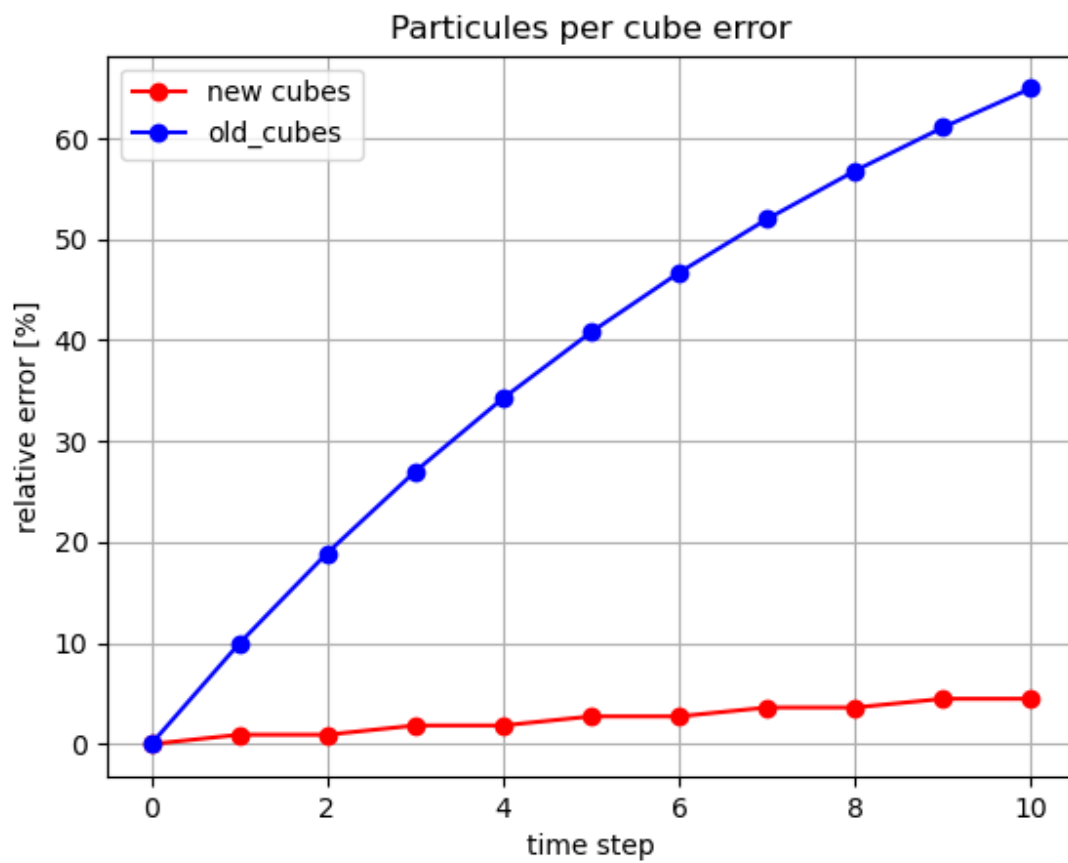


Figure 5.9. Error relativo del número de partículas antes (old cubes) y después (new cubes) de la corrección en el cálculo de densidades. Los nuevos cubos tienen hasta un 5% de error en 10 iteraciones. Los cubos anteriores llegaron hasta el 60% de error.

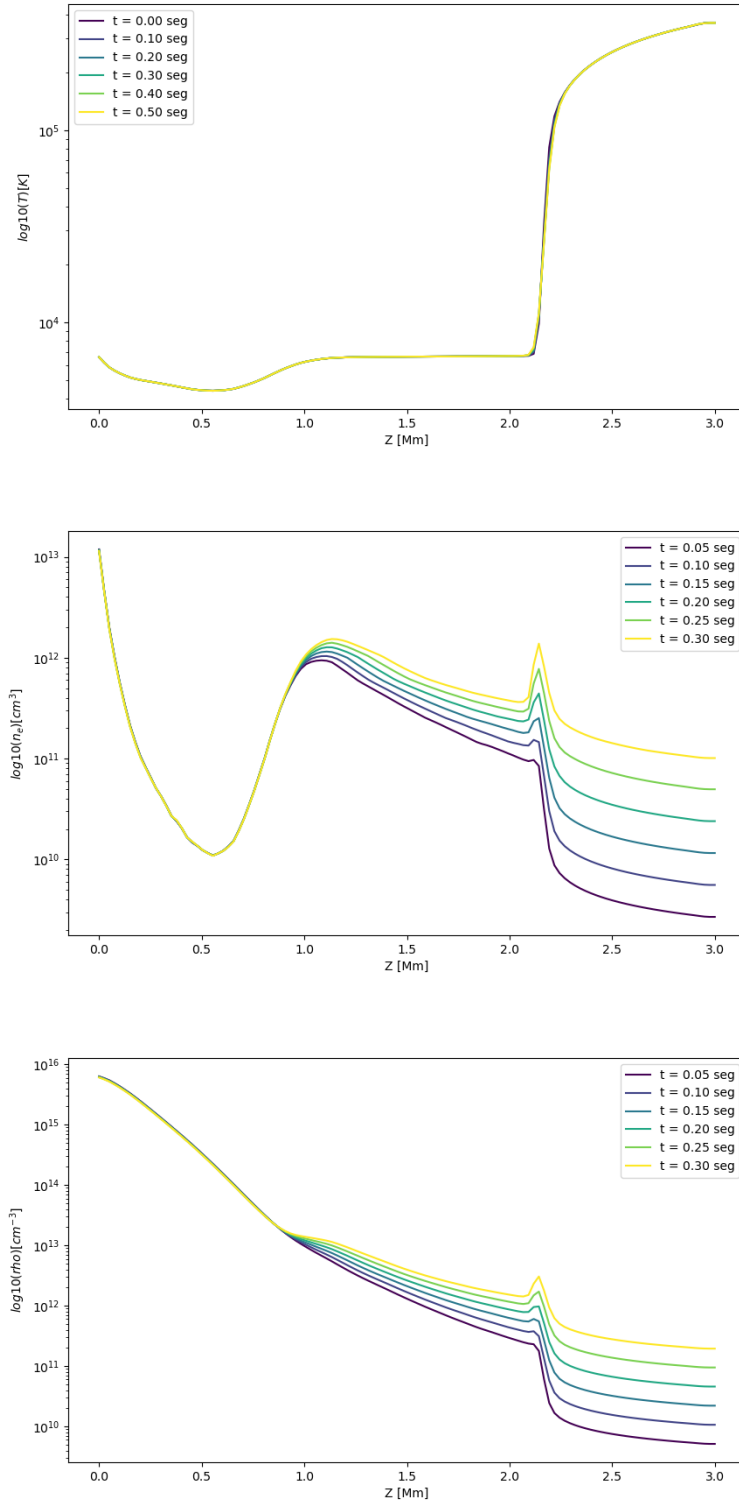


Figure 5.10. Evolución del modelo con un error de partículas de 5%. Se muestran las iteraciones correspondientes a los tiempos 0,0, 0,1, 0,2, 0,3, 0,4 y 0,5 segs.

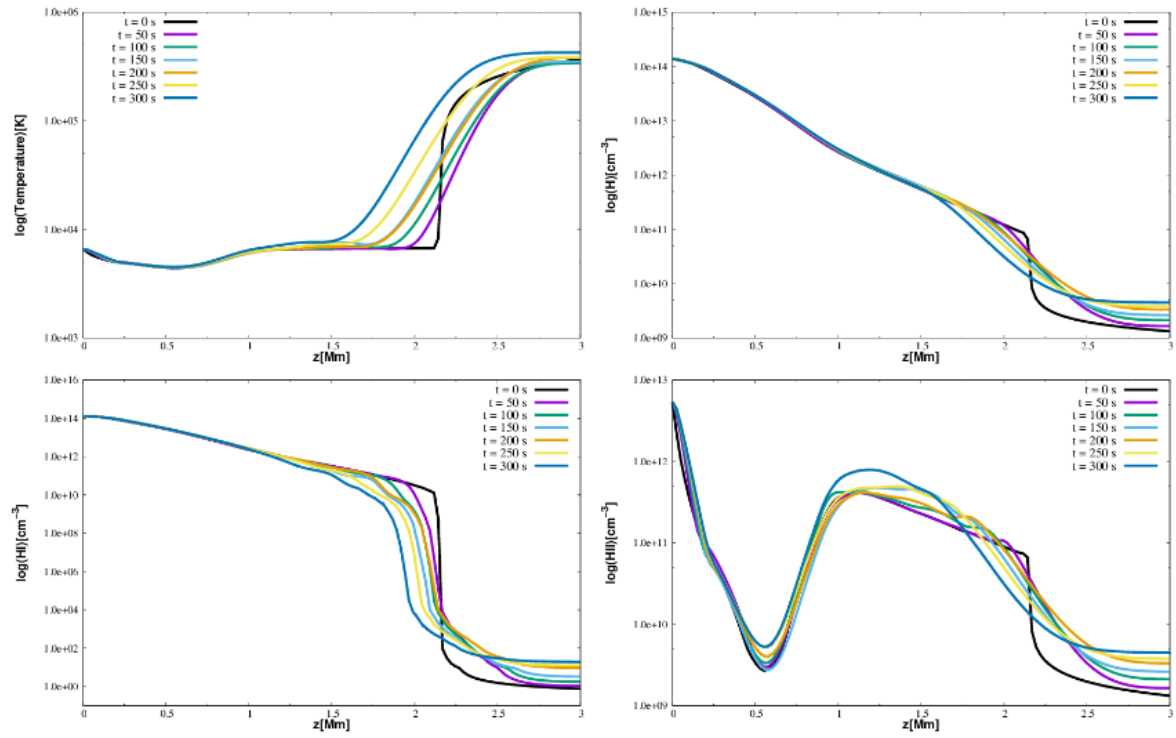


Figure 5.11. Perfiles de Temperatura y densidad de Hidrógeno (H), Hidrógeno neutro (HI) e Hidrógeno ionizado (HII) con un $\text{dt} = 50$ seg.

6 DISCUSIÓN

Con este modelo se ha podido evolucionar cubos MHD, NLTE de HI, HII, H^- , Hel, HeII, HeIII y densidad electrónica.

Si observamos el perfil de temperatura en la figura 5.6, se observa que hay una temperatura de 6580K a nivel fotoférico. La temperatura alcanza su mínimo de 4400 K a una altura de unos 0.5 Mm. Luego la temperatura se mantiene estable de 1Mm hasta 2.1 Mm donde inicia el incremento de temperatura súbito marcando la zona de transición y alcanza unos 363,000K a los 3Mm. Esta zona de transición se identifica en todos los cubos y los perfiles, en la misma altura de 2.1 Mm. Por ejemplo en los cubos de la figura 5.2, la zona de transición reduce la densidad tanto en HI como en HII. En el caso de la figura 5.3, vemos que hay un decremento en la densidad de HeII marcado por la zona de transición, en el caso del HeIII vemos que se obtiene la temperatura suficiente para incrementar la densidad de esta especie. En la figura 5.5 se observa que la zona de transición logra ionizar todo el Helio neutro, por esto la escala logarítmica no permite mostrar en colores los valores arriba de los 2Mm.

Por otro lado se tienen los perfiles de densidad de H y n_e y el perfil de temperatura mostrados en la figura 5.6 y su similitud con el modelo de Vernazza et al. (1973) presentados en en las líneas segmentada-puntuada y la línea continua de la figura la figura 1.3 y la temperatura en la figura 1.2 respectivamente.

Una vez hecho la corrección de la pérdida de masa que se mencionó al final de la sección anterior, observamos que los perfiles, en detalle, adquieren un comportamiento diferente. Por un lado el perfil de temperatura (cuadro superior de la figura 5.10) evoluciona de manera más estable. El perfil de densidad electrónica (cuadro medio de la figura 5.10) incrementa respecto al tiempo inicial después de la altura de 0.9 Mm y parece mostrar un incremento o pico en el inicio de la zona de transición. De manera similar, se observa que el perfil de densidad (cuadro inferior de la figura 5.10) incrementa respecto al nivel inicial.

Al hacer un acercamiento en la región entre 0 y 1 Mm se observa un decremento en la masa:

Con esta figura estamos mostrando que la masa que disminuye en nuestro modelo asciende lo que es un comportamiento hidrodinámico correcto.

Con estos resultados es necesario implementar campos magnéticos diferentes, como una variación en el campo magnético y estabilizar nuevamente este modelo. Posteriormente

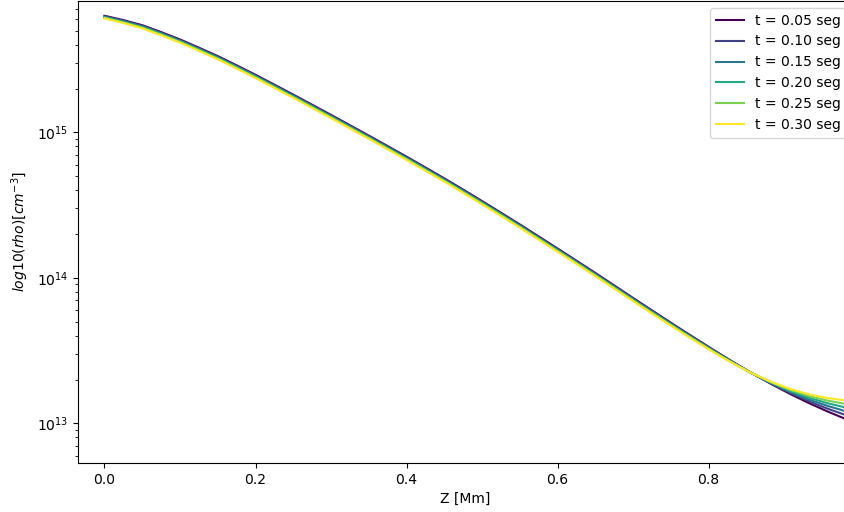


Figure 6.1. En este acercamiento de los perfiles de densidad se observa que la densidad va disminuyendo ligeramente en el rango de 0 a 0.9 Mm. Posteriormente la densidad va aumentando rápidamente.

implementar un perfil de campo magnético y si hay disponibilidad de tiempo, implementar estructuras como arcos o la carpeta magnética (Schrijver et al., 1998). Todo esto con el objetivo de encontrar una configuración magnética que logre soportar la estructura de densidad en el tiempo.

En una de las ejecuciones se usó un $dt=50$ seg, los resultados de esta ejecución se muestran en la figura 5.11. Aquí se observa que n_e fluctúa suavizando la curva en la parte de 1.5 Mm en adelante, algo similar ocurre con los otros perfiles, densidad de H, HI y HII.

Esto nos estaría indicando que el la elección del paso de tiempo podría influir en la estabilidad de modelo. Para esto será necesario variar los pasos de tiempo y encontrar un esquema de evolución óptimo.

Algo que se debe considerar es el resolvidor de Riemann usado en el módulo CAFE. En esta ocasión que es el HLLE, como se había mencionado en la sección de metodología, este resolvidor es el más sencillo pero es difuso para las ondas de Alfvén, magnetosónicas lentas y de contacto. Será necesario pues, probar los otros resolvidores y monitorear cómo influye esto en la convergencia del modelo.

7 CONCLUSIÓN Y TRABAJO A FUTURO

Hasta ahora en este trabajo se pudo integrar los módulos CAFE y Pakal con el orquestador Tonalli. Esto permitió generar la primera aproximación de un modelo de la cromósfera solar con equilibrio MHD, y equilibrio estadístico multiespecie que es autoconvergente. El modelo permite generar cubos de las diferentes especies usadas, así mismo como temperatura, densidad total y presión. Estos cubos permitirán obtener el campo de opacidades lo que a su vez permitirá resolver la ec. de transferencia radiativa en el continuo en el rango del milimétrico y submilimétrico como se utiliza en el trabajo de [De la Luz et al. \(2011\)](#).

Se mostró que el modelo tenía un error en uno de los módulos lo que hacía que se perdieran número de partículas en cada iteración. Con este error corregido la pérdida de partículas se redujo de un 60% en 10 iteraciones a un 5%. Aún es necesario revisar el método numérico para reducir aún más el error.

Posiblemente influye el resolvidor que se está usando en este momento que es el HLLC el cual es el más sencillo pero también el más difuso. Se probarán los demás resolvidores buscando la estabilidad del modelo y que permita ejecutar el modelo en tiempo óptimos.

Se propondrán diferentes configuraciones del campo magnético para intentar estabilizar la estructura de densidad que cambia con un punto de inflexión en la altura de 0.9 Mm.

Por otro lado la estructura de este modelo se encuentra listo para integrar más especies al modelo. La factibilidad de esta implementación dependerá de la capacidad de cómputo con el que se pueda disponer.

Además se necesita realizar pruebas para la optimización del espacio de parámetros de ambos modelos para minimizar los tiempos de integración.

Con la configuración actual se ha podido hacer ejecuciones del modelo con 6 pasos de tiempo de 0.05 segundos cada uno, usando cubos de 3 megámetros en 120 secciones, se usaron las especies H^- , HI , HII , HeI , $HeII$, $HeIII$ y electrones usando una computadora con 12 hilos en 20 minutos de ejecución.

A continuación se anexa el cronograma de actividades propuesto en el primer semestre del doctorado, para hacer una reseña de los avances propuestos en dicho cronograma. Se marcó de color verde las actividades que hasta ahora ya se realizaron y de color amarillo las actividades que se han hecho de manera parcial:

La actividad *Estudio de las ecuaciones MHD resistivas* se marcaron como realizado de

Actividad principal	Semestre
Escritura de tesis	1-8
Estudio de ecuaciones MHD resistivas	2
Estudio de ecuaciones equilibrio estadístico	2
implementar CAFE y PakalMPI	3
Estudiar condiciones físicas de la cromósfera	3
implementar ecuación de estado	4
Análisis de convergencia	5
Escritura de Artículo	5
Análisis de espectros sintéticos (comparación con observaciones de ALMA y GTM)	5,6
Exploración de condiciones iniciales	6
Implementación de microestructuras magnéticas	7
Proceso de titulación	8

manera parcial, pues hasta ahora se han trabajado con MHD ideal. Debido a la complejidad del problema se propone limitar el trabajo en un marco de MHD ideal, e implementar MHD resistivo en caso de que se disponga del tiempo antes de que se acabe el tiempo del programa de doctorado.

La actividad *Implementar ecuación de estado* se ha desarrollado hasta ahora usando la ec. de gases ideales. Se ponderará si será conveniente usar un planteamiento diferente en el transcurso de los siguientes semestres.

La actividad *Análisis de convergencia* es un proceso que se realizará de manera permanente mientras se hagan implementaciones o cambios en el modelo, por lo que se propone fijar esta actividad hasta que se terminen las implementaciones del modelo.

La actividad *Exploración de condiciones iniciales* se ha realizado de manera parcial pues se han implementado las condiciones iniciales hidrostáticas para un cromósfera solar, pero resta por explorar configuraciones del campo magnético apropiadas para esta región y se propone empezar con esto a partir del siguiente semestre, para esto se propone combinar esta actividad con *Implementación de microestructuras magnéticas*.

Además, la *escritura de artículo* puede empezarse a partir del siguiente semestre e ir publicando los avances en varias entregas, de acuerdo a los resultados relevantes que se obtengan.

Adicionalmente se propone agregar una actividad adicional que es *Agregar el modelo de transferencia radiativa*, propuesto en [De la Luz et al. \(2010\)](#). Se propone empezar esto en el siguiente semestre.

En conclusión, proponemos el siguiente esquema con las actividades que restan para terminar el proyecto de doctorado:

Actividad principal	Semestre
Escritura de tesis	4-8
Estudio de ecuaciones MHD resistivas	4-6
implementar ecuación de estado	4-6
Exploración de condiciones iniciales	4-7
Agregar el modelo de transferencia radiativa	4-6
Análisis de espectros sintéticos (comparación con observaciones de ALMA y GTM)	5,6
Análisis de convergencia	4-7
Escritura de Artículo(s)	4-7
Proceso de titulación	8

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

- Aschwanden, M. (2006). *Physics of the solar corona: an introduction with problems and solutions*. Springer Science & Business Media.
- Athay, R. G. and Thomas, R. N. (1961). "Physics of the solar chromosphere." *Interscience Monographs and Texts in Physics and Astronomy*.
- Balsara, D. (2001). "Adaptive Mesh Refinement in Computational Astrophysics – Methods and Applications." *Journal of Korean Astronomical Society*, 34(4), 181–190.
- Balsara, D. (2001). "Adaptive mesh refinement in computational astrophysics–methods and applications." *arXiv preprint astro-ph/0112148*.
- De la Luz, V. (2016). "The chromospheric solar limb brightening at radio, millimeter, sub-millimeter, and infrared wavelengths." *The Astrophysical Journal*, 825(2), 138.
- De la Luz, V., Chavez, M., Bertone, E., and Gimenez de Castro, G. (2014). "The relation between the radial temperature profile in the chromosphere and the solar spectrum at centimeter, millimeter, submillimeter, and infrared wavelengths." *Coronal Magnetometry*, Springer, 257–267.
- De la Luz, V., Lara, A., Mendoza-Torres, J., and Selhorst, C. L. (2010). "Pakal: a three-dimensional model to solve the radiative transfer equation." *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 188(2), 437.
- De la Luz, V., Lara, A., and Raulin, J.-P. (2011). "Synthetic Spectra of Radio, Millimeter, Sub-millimeter, and Infrared Regimes with Non-local Thermodynamic Equilibrium Approximation." *Astrophysical Journal*, 737(1), 1.
- De la Luz, V., Raulin, J.-P., and Lara, A. (2012). "The chromospheric solar millimeter-wave cavity originates in the temperature minimum region." *The Astrophysical Journal*, 762(2), 84.
- Dedner, A., Kemm, F., Kröner, D., Munz, C.-D., Schnitzer, T., and Wesenberg, M. (2002). "Hyperbolic divergence cleaning for the mhd equations." *Journal of Computational Physics*, 175(2), 645–673.
- Díaz-Figueroa, E. E., de Parga, G. A., and González-Avilés, J. J. (2023). "Influence of the magnetic field topology in the evolution of small-scale two-fluid jets in the solar atmosphere." *Physics*, 5(1), 261–275.
- Einfeldt, B. (1988). "On Godunov-Type Methods for Gas Dynamics." *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 25(2), 294–318.
- Einfeldt, B. (1988). "On godunov-type methods for gas dynamics." *SIAM Journal on numerical analysis*, 25(2), 294–318.
- Einfeldt, B., Roe, P. L., Munz, C. D., and Sjogreen, B. (1991). "On Godunov-Type Methods near Low Densities." *Journal of Computational Physics*, 92(2), 273–295.
- Evans, C. R. and Hawley, J. F. (1988). "Simulation of Magnetohydrodynamic Flows: A Constrained Transport Model." *Astrophysical Journal*, 332, 659.
- Fontenla, J., Avrett, E., Thuillier, G., and Harder, J. (2006). "Semiempirical models of the solar atmosphere. i. the quiet-and active sun photosphere at moderate resolution." *The Astrophysical Journal*, 639(1), 441.
- Freytag, B., Steffen, M., Ludwig, H.-G., Wedemeyer-Böhm, S., Schaffenberger, W., and Steiner, O. (2012). "Simulations of stellar convection with co5bold." *Journal of Computational Physics*, 231(3), 919–959.
- Gomez, D. O., Dmitruk, P. A., and Milano, L. J. (2000). "Recent theoretical results on coronal heating." *Solar Physics*, 195, 299–318.

- González-Avilés, J., Cruz-Osorio, A., Lora-Clavijo, F., and Guzmán, F. (2015). "Newtonian cafe: a new ideal mhd code to study the solar atmosphere." *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 454(2), 1871–1885.
- González-Avilés, J. and De la Luz, V. (2018). "Cafe-pakalmpi: a new model to study the solar chromosphere in the nlte approximation." *arXiv preprint arXiv:1808.07817*.
- González-Avilés, J., Guzmán, F., and Fedun, V. (2017). "Jet formation in solar atmosphere due to magnetic reconnection." *The Astrophysical Journal*, 836(1), 24.
- González-Avilés, J. J., Guzmán, F. S., Fedun, V., and Verth, G. (2020). "Spicule Jets in the Solar Atmosphere Modeled with Resistive MHD and Thermal Conduction." *Astrophysical Journal*, 897(2), 153.
- González-Avilés, J. J., Guzmán, F. S., Fedun, V., Verth, G., Sharma, R., Shelyag, S., and Regnier, S. (2019). "In situ generation of coronal Alfvén waves by jets." *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 484(2), 1936–1945.
- Gudiksen, B. V., Carlsson, M., Hansteen, V. H., Hayek, W., Leenaarts, J., and Martínez-Sykora, J. (2011). "The stellar atmosphere simulation code bifrost-code description and validation." *Astronomy & Astrophysics*, 531, A154.
- Haigh, J. D., Lockwood, M., and Giampapa, M. S. (2005). *The Sun, Solar Analogs and the Climate: Saas-Fee Advanced Course 34, 2004. Swiss Society for Astrophysics and Astronomy*, Vol. 34. Springer Science & Business Media.
- Hansteen, V., Carlsson, M., and Gudiksen, B. (2007). "The physics of chromospheric plasmas ed p." *Heinzel, I. Dorotovič and RJ Rutten (San Francisco, CA: ASP)*, 107.
- Harten, A. (1983). "High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservation Laws." *Journal of Computational Physics*, 49(3), 357–393.
- Harten, A., Engquist, B., Osher, S., and Chakravarthy, S. R. (1997). *Uniformly high order accurate essentially non-oscillatory schemes, III*. Springer.
- Leenaarts, J., Carlsson, M., Hansteen, V., and Rutten, R. (2007). "Non-equilibrium hydrogen ionization in 2d simulations of the solar atmosphere." *Astronomy & Astrophysics*, 473(2), 625–632.
- LeVeque, R. J. and LeVeque, R. J. (1992). *Numerical methods for conservation laws*, Vol. 214. Springer.
- Li, S. (2005). "An HLLC Riemann solver for magneto-hydrodynamics." *Journal of Computational Physics*, 203(1), 344–357.
- Li, S. (2005). "An hllc riemann solver for magneto-hydrodynamics." *Journal of computational physics*, 203(1), 344–357.
- Liseau, R., Montesinos, B., Olofsson, G., Bryden, G., Marshall, J. P., Ardila, D., Aran, A. B., Danchi, W. C., Del Burgo, C., Eiroa, C., et al. (2013). " α centauri a in the far infrared-first measurement of the temperature minimum of a star other than the sun." *Astronomy & Astrophysics*, 549, L7.
- Liseau, R., Vlemmings, W., Bayo, A., Bertone, E., Black, J., Del Burgo, C., Chavez, M., Danchi, W., De la Luz, V., Eiroa, C., et al. (2015). "Alma observations of α centauri-first detection of main-sequence stars at 3 mm wavelength." *Astronomy & Astrophysics*, 573, L4.
- Loukitcheva, M., Solanki, S., Carlsson, M., and Stein, R. (2004). "Millimeter observations and chromospheric dynamics." *Astronomy & Astrophysics*, 419(2), 747–756.
- Miyoshi, T. and Kusano, K. (2005). "A multi-state HLL approximate Riemann solver for ideal magnetohydrodynamics." *Journal of Computational Physics*, 208(1), 315–344.
- Muthsam, H., Kupka, F., Löw-Baselli, B., Obertscheider, C., Langer, M., and Lenz, P. (2010). "Antares—a numerical tool for astrophysical research with applications to solar granulation." *New Astronomy*, 15(5), 460–475.

- Naef, D., Mayor, M., Pepe, F., Queloz, D., Santos, N., Udry, S., and Burnet, M. (2001). "The coralie survey for southern extrasolar planets-v. 3 new extrasolar planets." *Astronomy & Astrophysics*, 375(1), 205–218.
- Plaskett, H. H. (1931). "The formation of the magnesium b lines in the solar atmosphere." *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 91, 870.
- Radice, D. and Rezzolla, L. (2012). "Thc: a new high-order finite-difference high-resolution shock-capturing code for special-relativistic hydrodynamics." *Astronomy & Astrophysics*, 547, A26.
- Rempel, M., Schüssler, M., and Knölker, M. (2009). "Radiative magnetohydrodynamic simulation of sunspot structure." *The Astrophysical Journal*, 691(1), 640.
- Roe, P. L. (1981). "Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors, and Difference Schemes." *Journal of Computational Physics*, 43(2), 357–372.
- Ross, T., Baker, E. J., Snow, T. P., Destree, J. D., Rachford, B. L., Drosback, M. M., and Jensen, A. G. (2008). "The search for h- in astrophysical environments." *The Astrophysical Journal*, 684(1), 358.
- Schrijver, C. et al. (1998). "The sun's magnetic carpet." *Cool Stars, Stellar Systems, and the Sun*, Vol. 154, 345.
- Shu, C.-W. and Osher, S. (1989). "Efficient implementation of essentially non-oscillatory shock-capturing schemes, ii." *Journal of Computational Physics*, 83(1), 32–78.
- Sukhorukov, A. V., Leenaarts, J., Carlsson, M., de la Cruz Rodriguez, J., Scharmer, G. B., Hansteen, V., et al. (2018). "Three-dimensional modeling of the ca ii h and k lines in the solar atmosphere." *Astronomy and Astrophysics*, 611(A62).
- Thomas, R. N. (1957). "The source function in a non-equilibrium atmosphere. i. the resonance lines.." *The Astrophysical Journal*, 125, 260.
- Thomas, R. N. and Athay, R. G. (1961). "Physics of the solar chromosphere." *American Journal of Physics*, 29(11), 791–791.
- Titarev, V. A. and Toro, E. F. (2004). "Finite-volume weno schemes for three-dimensional conservation laws." *Journal of Computational Physics*, 201(1), 238–260.
- Toro, E. F. (2013). *Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics: a practical introduction*. Springer Science & Business Media.
- Trottet, G., Raulin, J.-P., Mackinnon, A., Giménez de Castro, G., Simões, P., Cabezas, D., de La Luz, V., Luoni, M., and Kaufmann, P. (2015). "Origin of the 30 thz emission detected during the solar flare on 2012 march 13 at 17: 20 ut." *Solar physics*, 290, 2809–2826.
- Vernazza, J. E., Avrett, E. H., and Loeser, R. (1973). "Structure of the solar chromosphere. basic computations and summary of the results." *Astrophysical Journal*, 184, 605–632.
- Vernazza, J. E., Avrett, E. H., and Loeser, R. (1976). "Structure of the solar chromosphere. ii-the underlying photosphere and temperature-minimum region." *Astrophysical Journal Supplement Series*, vol. 30, Jan. 1976, p. 1-60., 30, 1–60.
- Vernazza, J. E., Avrett, E. H., and Loeser, R. (1981). "Structure of the solar chromosphere. iii-models of the euV brightness components of the quiet-sun." *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 45, 635–725.
- Vögler, A., Shelyag, S., Schüssler, M., Cattaneo, F., Emonet, T., and Linde, T. (2005). "Simulations of magneto-convection in the solar photosphere-equations, methods, and results of the muram code." *Astronomy & Astrophysics*, 429(1), 335–351.
- Wolf, B. (1983). "Acoustic waves in early-type stars. i-an efficient method for the computation of thermodynamic quantities in time-dependent stellar atmosphere calculations." *Astronomy and Astrophysics (ISSN 0004-6361)*, vol. 127, no. 1, Oct. 1983, p. 93-96. Sponsorship: Deutsche Forschungsgemeinschaft., 127, 93–96.