



POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2024-I
Fecha de examen: **Lunes 22 de mayo de 2023**
De 14:00 a 15:30 hrs

Astronomía General

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: **1.5** hora.
- El examen consta de **20** preguntas de respuestas múltiples.
- Responder las **20** preguntas en hojas escritas por una sola cara.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**

1. Aunque el hidrógeno molecular es la molécula más abundante en el medio interestelar, es necesario recurrir a otras moléculas como el CO para poder detectar y estudiar el gas molecular. Esto es porque:
 - (a) el hidrógeno molecular emite a frecuencias para las cuales no hay detectores
 - (b) el polvo en las nubes absorbe las líneas de rotación del hidrógeno
 - (c) la molécula de hidrógeno es simétrica y por lo tanto no tiene dipolo eléctrico
 - (d) la atmósfera terrestre absorbe toda la emisión de hidrógeno molecular del medio interestelar

2. La masa de una nube molecular ha excedido la masa de Jeans. En este caso, la nube molecular:
 - (a) se expande a velocidad constante en el medio interestelar
 - (b) se disipa en el medio interestelar
 - (c) no podrá formar estrellas
 - (d) se vuelve inestable y colapsa debido a su autogravedad

3. ¿Cuál de los siguientes enunciados acerca de las constantes de Oort es correcta?
 - (a) Las constantes de Oort describen el perfil de densidad de materia oscura en la Vía Láctea
 - (b) Las constantes de Oort A y B tienen un valor aproximado de $-15 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ y $50 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, respectivamente.
 - (c) Las constantes de Oort describen la rotación Galáctica en las vecindades del Estándar Local de Reposo.
 - (d) El valor de la constante de Oort A indica que la Vía Láctea rota como un cuerpo rígido.

4. La relación Faber-Jackson se refiere a:
 - (a) una correlación entre la luminosidad de una galaxia espiral y su velocidad de rotación
 - (b) una correlación entre la distancia a la Tierra y la velocidad radial de las galaxias
 - (c) una correlación entre la luminosidad de una galaxia elíptica y la dispersión de velocidades de sus estrellas
 - (d) una correlación entre la masa y la tasa de formación estelar de galaxias

5. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones acerca del modelo unificado de los núcleos activos de galaxias (NAGs) es incorrecta?

- (a) El ángulo de visión determina las propiedades que observamos en su espectro óptico (presencia de líneas anchas y delgadas).
 - (b) Un NAG está compuesto, principalmente, por un agujero negro supermasivo, disco de acreción, toro de polvo, nubes de gas caliente y un chorro de plasma.
 - (c) La alta variabilidad del flujo observado de los blazares se puede explicar con un NAG cuyo chorro de plasma apunta hacia nosotros.
 - (d) El chorro de plasma siempre está presente en un NAG.
6. El ángulo de paralaje de la estrella Bellatrix es de 12.92 mili-arcosegundos. Su distancia es:
- (a) 12.92 pc.
 - (b) 77.4 pc.
 - (c) 12.92 años luzes.
 - (d) 77.4 años luzes.
 - (e) No se puede calcular de los datos proporcionados.
7. El “exceso de color” $E(B-V)$ indica:
- (a) El efecto de la extinción por el polvo en un objeto astronómico.
 - (b) La distancia de un objeto astronómico.
 - (c) La luminosidad de un objeto astronómico.
 - (d) La temperatura de una estrella.
 - (e) La magnitud absoluta de un objeto astronómico.
8. ¿Cuál es la diferencia entre el diagrama H-R de un cúmulo abierto y el de un cúmulo globular?
- (a) En el diagrama H-R de un cúmulo abierto no se observan enanas blancas, mientras que en el de un cúmulo globular sí.
 - (b) En el diagrama H-R de un cúmulo abierto no se observa la rama horizontal mientras que en el de un cúmulo globular sí.
 - (c) En el diagrama H-R de un cúmulo abierto la secuencia principal se observa hasta las estrellas de alta masa, mientras que en un cúmulo globular no.
 - (d) Son correctas todas las respuestas a., b. y c.
 - (e) Son incorrectas todas las respuestas a., b. y c.
9. Indique cual es el correcto orden para clasificar las estrellas según la clasificación de Harvard, en términos de temperatura decrecientes:
- (a) A; B; F; G; K.

- (b) G; B; A; F; K.
 - (c) B; A; F; G; K.
 - (d) K; G; F; A; B.
 - (e) A; G; F; K; B.
10. En la secuencia principal una estrella de 4 masas solares:
- (a) Transforma hidrogeno en helio principalmente a través de la cadena proton-proton.
 - (b) Produce energía por colapso gravitacional.
 - (c) Transforma helio en carbono según el proceso triple-alpha.
 - (d) Produce energía con una dependencia de la tasa de reacciones nucleares según $\sim T^{40}$.
 - (e) Tiene un núcleo convectivo y una envoltura radiativa.
11. Dos estrellas separadas por una distancia de 0.05 arcsec emiten luz con una longitud de onda de 5000 Å. Según el criterio de Rayleigh, $\theta = 1.22 \lambda/D$, ¿cuál es el diámetro del telescopio necesario para resolver estas estrellas?
- (a) 0.8 m.
 - (b) 1.5 m.
 - (c) 2.6 m.
 - (d) 0.5 m.
12. Supone que el Sol tiene una velocidad de rotación de 220 km s^{-1} y su órbita es circular y Kepleriana. La distancia del Sol al centro de nuestra galaxias es de 8 kpc. Estima la cantidad de masa que existe dentro de la órbita del Sol en la Vía Láctea.
- (a) $9 \times 10^{10} M_{\odot}$.
 - (b) $9 \times 10^{12} M_{\odot}$.
 - (c) $9 \times 10^8 M_{\odot}$.
 - (d) $12 \times 10^9 M_{\odot}$.
13. La longitud de onda de la línea de hidrógeno $H\alpha$ es 6563 Å. En una galaxia esta línea de emisión se observa a una longitud de onda de 6618 Å. ¿Cuál es la distancia a dicha galaxia suponiendo que $H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$?
- (a) 135.2 Mpc.
 - (b) 4.6 Mpc.
 - (c) 35.9 Mpc.
 - (d) 15 200 kpc.

14. ¿Cuáles son evidencias de la presencia de la materia oscura en el universo?
- I. Curvas de rotación galáctica.
 - II. El modelo unificado de las galaxias activas.
 - III. Lentes gravitacionales.
 - IV. La función de luminosidad de Schechter.
- (a) I y III.
 - (b) III y IV.
 - (c) II y III.
 - (d) Todas son ciertas.
15. (Miriam) Una región HII es fotoionizada por estrellas calientes en su interior. Su radio, llamado radio de Stromgren, depende del número de fotones ionizantes Q de la estrella y de la densidad del medio, n , tal que
- (a) a mayor número de fotones ionizantes, menor radio de Stromgren.
 - (b) a mayor densidad del medio, mayor radio de Stromgren.
 - (c) a mayor número de fotones ionizantes y mayor densidad, mayor radio de Stromgren.
 - (d) a menor número de fotones ionizantes y mayor densidad, menor radio de Stromgren.
16. (Miriam) La estrella de Barnard es una estrella anaranjada en la constelación de Ofioco. Tiene el movimiento propio más grande conocido, $\mu=10.31$ "/año y la segunda paralaje más grande, $\varpi = 0.552''$. En el espectro de esta estrella la línea H α tiene una longitud de onda observada de $\lambda = 6560.4$ Å. (H α en reposo = 6562.8 Å.) La distancia al Sol y la velocidad radial de la estrella de Barnard son:
- (a) 1.81 pc, y 114.9 km/s, acercándose al Sol.
 - (b) 1.81 pc, y 114.9 km/s, alejándose del Sol.
 - (c) no hay datos suficientes.
 - (d) 1.81 pc, 114.9 alejándose del plano galáctico.
17. La estrella 61 Cygni tiene $m_v = 4.3$ y $M_V = 6.8$. ¿Cuál es su distancia?
- (a) 3.16 pc.
 - (b) 1.36 pc.
 - (c) 136 pc.
 - (d) 10 pc.
18. (Miriam) El ciclo CNO y la cadena proton proton son procesos en el núcleo de una estrella mediante los cuales:

- (a) El helio se transforma en hidrógeno.
 - (b) Cuatro protones se transforman en un núcleo de ${}^4\text{He}$.
 - (c) Tres helios se transforman en ${}^{12}\text{C}$.
 - (d) Los protones decaen en neutrones, positrones y neutrinos.
19. (Miriam) Las supernovas de Tipo Ia han sido fundamentales para estudiar la expansión del Universo. Estas supernovas ocurren cuando
- (a) En una pareja binaria, una de las estrella pasa materia a su compeñera y esta rebasa la masa límite de Jeans.
 - (b) Las supernovas de Tipo Ia no son usadas para estudiar la expansión de Universo.
 - (c) En una pareja binaria, una de las estrella pasa materia a su compañera y esta rebasa la masa límite de Chandrasekhar.
 - (d) Una estrella masiva termina la generación de energía en el núcleo y colapsa.
20. ¿Por qué (y cómo) se utilizan las variables tipo cefeida para determinar las distancias?
- (a) Porque son del mismo tamaño.
 - (b) Porque son del mismo brillo.
 - (c) Porque las de mayor período son intrínsecamente más brillantes.
 - (d) Porque las de menor período son intrínsecamente más brillantes.

POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2024-I
Fecha de examen: lunes 22 de mayo 2023
12:30–14:00

Electromagnetismo

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: **1.5** hora.
- El examen consta de **3** problemas.
- Responder los problemas en hojas separadas escritas por una sola cara.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**

Problema 1

Se forma un capacitor de placas paralelas con dos placas cuadradas de lado igual a l y separadas entre sí una distancia d . Ambas placas se cargan a una carga total de Q , obviamente una placa a $+Q$ y la otra a $-Q$.

1. Calcular la densidad superficial de carga σ .
2. Si suponemos que l es muy grande, podríamos utilizar la suposición de que las placas son infinitas. Con esta suposición y la ley de Gauss, calcular el valor del campo eléctrico \mathbf{E} entre las placas como una función de la distancia a la placa con carga positiva x .
3. Calcular el valor del potencial eléctrico U como función de la distancia x a la placa con carga positiva.
4. Calcular la diferencia de potencial V entre ambas placas.
5. Obtener una expresión para calcular el trabajo W que se debe desarrollar para cargar un capacitor de capacitancia C de una carga inicial $Q = 0$ a una carga final Q tal que la diferencia de potencial entre las placas sea V .
6. El trabajo desarrollado en el inciso anterior se convierte en energía almacenada en el capacitor. Calcular cuánta energía se encuentra almacenada en nuestro capacitor de placas paralelas solamente en términos de la carga Q en el capacitor y las dimensiones l y separación d de las placas y las constantes electromagnéticas necesarias.
7. Calcular el volumen \mathcal{V} del capacitor (tener cuidado de no confundirlo con la diferencia de potencial V).
8. Expresar el valor de esta energía E como función del campo eléctrico \mathbf{E} entre las placas del capacitor, del volumen \mathcal{V} del capacitor y de las constantes electromagnéticas necesarias.

Problema 2

Se tiene un anillo metálico en forma de círculo con un radio R y centrado en el origen O . El material que compone este anillo es de forma cilíndrica y tiene un radio igual a r . Sobre este anillo circula una corriente I en dirección contraria a las manecillas del reloj cuando se ve este anillo desde la punta positiva del eje- z .

1. Utilizando la ley de Biot-Savart encontrar una expresión para la intensidad del campo magnético \mathbf{B} en cualquier punto del eje z .
2. ¿En qué dirección apunta el campo magnético \mathbf{B} en cualquier punto del eje- z ?
3. ¿Cuál es la intensidad y dirección del campo magnético \mathbf{B} en el origen O ?
4. ¿Cuál es el valor de la densidad superficial de corriente \mathbf{J} en el anillo?
5. Escribir una expresión integral para el valor del potencial vectorial magnético \mathbf{A} para cualquier punto del eje- z .
6. Integrar la expresión encontrada en el inciso anterior.
7. Comprobar que el campo magnético en cualquier punto del eje- z (\mathbf{B}) resulta de calcular $\nabla \times \mathbf{A}$.
8. ¿Cuál es la dirección y la magnitud de \mathbf{A} en el origen O ?

Problema 3

1. Un alambre recto de longitud L lleva una corriente i . Demuestre que el campo magnético \mathbf{B} asociado con este segmento a una distancia R del segmento a lo largo de una perpendicular bisectora (Figura 1) está dado en magnitud por

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \frac{L}{(L^2 + 4R^2)^{1/2}}.$$

2. Demuestre que esta expresión se reduce al valor esperado cuando $L \rightarrow \infty$.

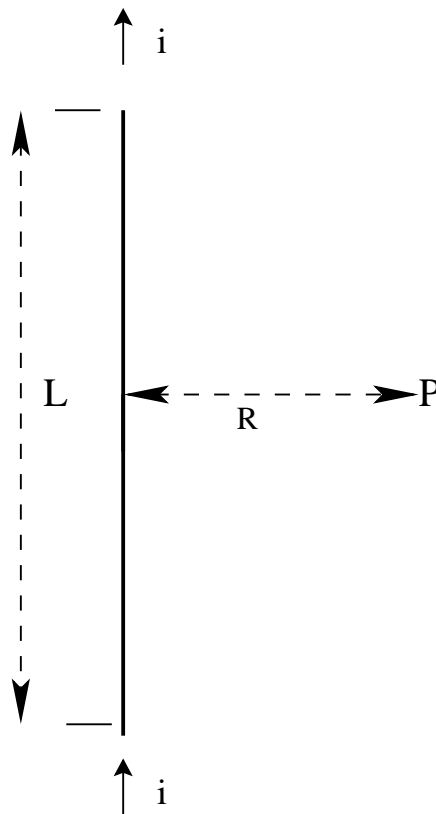


Figure 1: Circuito considerado en el problema 3.



POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2024-I
Fecha de examen: martes 23 de mayo 2023
De 12:30 a 14:00

Mecánica Cuántica

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: **1.5** hora.
- El examen consta de **3** problemas.
- Responder los problemas en hojas separadas escritas por una sola cara.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**

Problema 1

Se dice que una partícula está en un estado de energía ligado por un potencial cuando la partícula no se puede alejar mucho en el espacio, o sea, está confinada en un intervalo del espacio por el potencial.

- a) Mencione tres ejemplos de estados ligados en mecánica cuántica. Especifique la energía y por qué son ligados.
- b) Considere una partícula que sólo se mueve en la dirección x , en el potencial con dos barreras de altura V_0 finita en una dimensión que se muestra en la figura 1. Argumente cualitativamente por qué no puede haber estados ligados en ese potencial para ninguna energía de la partícula.

$$V(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } |x| < a \text{ ó } b < |x| \\ V_0, & \text{si } a < |x| < b \end{cases}$$

- c) Encuentre los eigenvalores de la energía si $V_0 \rightarrow \infty$.

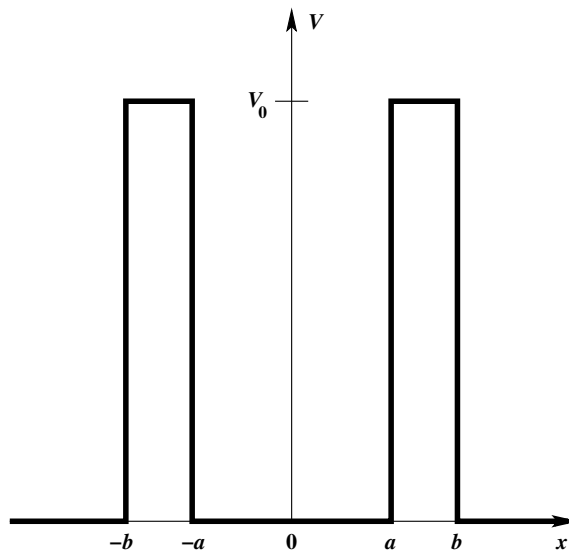


Figura 1: Potencial considerado en el problema 1.

Problema 2

Considere una partícula unidimensional que se mueve en el eje x y cuyo hamiltoniano es

$$H = -\epsilon \frac{d^2}{dx^2} + 16\epsilon X^2$$

donde ϵ es un número con dimensiones de energía y X es el operador de posición en el eje x .

Ayuda: $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-4x^2} dx = \sqrt{\pi}/2$

- a) ¿Es $\psi(x) = Ae^{-2x^2}$, donde A es un constante de normalización, una eigenfunción del hamiltoniano? En caso positivo, ¿cuál es el valor de la energía?
- b) Calcule la probabilidad de encontrar la partícula en alguna parte del eje x positivo.
- c) Encuentre el eigenvalor de energía correspondiendo a la función de onda $\phi(x) = 2x\psi(x)$.
- d) ¿Son $\psi(x)$ y $\phi(x)$ ortogonales?

Problema 3

Un electrón y un positrón viajan en direcciones opuestas, cada uno a $0.8c$. Colisionan y se aniquilan en forma de radiación.

Ayuda: La masa en reposo del electrón es de 9.109×10^{-31} kg, equivalente a 0.511 MeV. El factor de Lorentz del electrón en este problema es de $10/6$.

- a) Calcule la longitud de onda de De Broglie del electrón.
- b) Obtenga la longitud de onda de los fotones resultantes.
- c) Obtenga el momento lineal de cada fotón.



POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2024-I
Fecha de examen: lunes 22 de mayo 2023
11:00–12:30

Mecánica Clásica

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: **1.5** horas.
- El examen consta de **3** problemas.
- Responder los problemas en hojas separadas escritas por una sola cara.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**

Problema 1: Una partícula de masa m se encuentra en un extremo de un resorte sin masa. El otro extremo del resorte está unido a un bloque sin masa que oscila sobre el eje- x tal que la posición del bloque es $x = A \cos \omega t$. Si la longitud natural del resorte es l , su constante de resorte es k , su extensión es s , y todo el movimiento está confinado al eje- x , encuentre

- la energía cinética, la energía potencial y la lagrangiana de la masa.
- la variable generalizada del problema.
- la ecuación de Lagrange y, por ende, la ecuación de movimiento de la masa.
- Sin resolver la ecuación de movimiento, describa en términos generales qué tipo de ecuación representa y cómo es el movimiento de la masa m a tiempos tardíos.

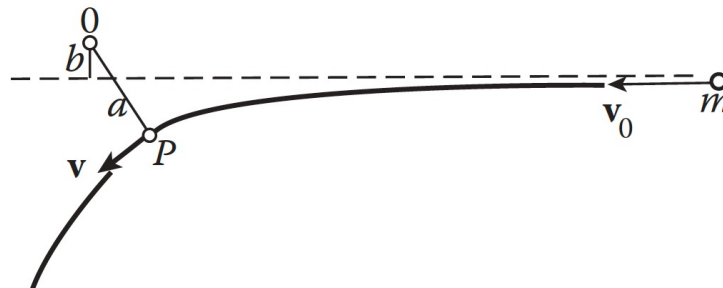
Problema 2: La Tierra, de masa M_T y radio R_T tiene un campo gravitacional uniforme dado por $\vec{g} = g\hat{k}$. Una sonda de masa m_s regresa a la Tierra; dicha sonda tiene una velocidad inicial $\vec{v}_0(x, z) = \dot{x}_0\hat{i} + \dot{z}_0\hat{k}$ al ingresar a la atmósfera terrestre. La atmósfera ofrece tanto un empuje como una resistencia al movimiento de la sonda, que puede expresarse como $\vec{F}_r = k_x\dot{x}\hat{i} - k_z\dot{z}\hat{k}$, donde k_x y k_z son constantes positivas.

- Plantee las ecuaciones de movimiento de la sonda, y obtenga a partir de ellas las velocidades y las posiciones de la sonda como función del tiempo.
- La Tierra rota sobre su propio eje con una rapidez angular ω , y se traslada alrededor del Sol, de masa M_* , con una aceleración instantánea \vec{A} respecto a un observador inercial en el centro de masa del sistema planeta-estrella. Indique las fuerzas que actúan sobre la sonda, según un observador rotante en el centro de la Tierra, si la sonda ingresa por el Polo Norte. Recuerde que la Segunda Ley de Newton para marcos de referencia no inerciales es:

$$m\vec{a}' = m\vec{a} - m\vec{A} - 2m\vec{\omega} \times \vec{v}' - m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') - m\dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}'.$$

Problema 3: Una partícula de masa m se mueve en un campo de fuerza central repulsivo que varía con el inverso del cubo de la distancia radial: $f(r) = k/r^3$, donde k es una constante positiva. Como se muestra en la figura, el punto O es el centro de la fuerza. La partícula m se mueve desde una distancia muy grande con velocidad inicial v_0 , y el parámetro de impacto es b (ver figura). Encontrar la distancia de máximo acercamiento, a , de la partícula al punto O .

Sugerencia: Usar leyes de conservación.





POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2024-I
Fecha de examen: martes 23 de mayo 2023
De 11:00 a 12:30 hrs

Termodinámica

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: **1.5** hora.
- El examen consta de **3** problemas.
- Responder los problemas en hojas separadas escritas por una sola cara.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**

Problema 1

Se puede demostrar que para una onda electromagnética dentro de un recipiente esférico en expansión cuya superficie es perfectamente reflectante, se cumple que:

$$\lambda \propto r,$$

siendo r el radio de la esfera. Suponiendo un proceso adiabático y sabiendo que se cumple la ley de Stefan-Boltzmann, muestre que

$$\lambda T = \text{constante}.$$

Comente sobre ésta última relación.

Problema 2

Dos moles de un gas diatómico ideal a 0°C se encuentran en un recipiente aislado. En otro recipiente aislado hay dos moles de un gas monoatómico ideal a 100°C . Se ponen en contacto térmico entre sí y se espera el equilibrio. Si los recipientes son rígidos, ¿cuál es la temperatura final de equilibrio?

Problema 3

El número de microestados correspondiente a un macroestado dado es llamado probabilidad termodinámica del macroestado. Suponga que hay 2 celdas, i y j ; y 4 puntos representativos (o puntos fase) que describen los estados de un sistema: a, b, c, d . Un macroestado posible es tener los 4 puntos en la celda i ; otro es tener un punto en la celda i , y los otros 3 puntos en la celda j .

1. ¿Cuántos macroestados N_i, N_j posibles hay? N es el número de puntos en la celda i, j .
2. Para cada macroestado N_i, N_j , describa los microestados posibles. Ejemplo: Para el macroestado $N_i = 1, N_j = 3$: a en la celda i , y b, c, d en la celda j es un microestado.
3. Calcule la probabilidad W de cada macroestado.
4. ¿Cuál es la entropía S del sistema? Discuta las propiedades de S en términos del equilibrio del sistema, como una medida del desorden de éste, y en contraste con la definición clásica de entropía en términos de calor y temperatura.