POSGRADO EN ASTROFISICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2026-II
Fecha de examen: jueves 30 de octubre de 2025
11:00–12:30 h (hora centro)

Mecánica Clásica

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: 1.5 hora.
- El examen consta de **3** problemas para responder.
- Se deben responder los problemas en hojas separadas escritas por una sola cara.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**

Problema 1

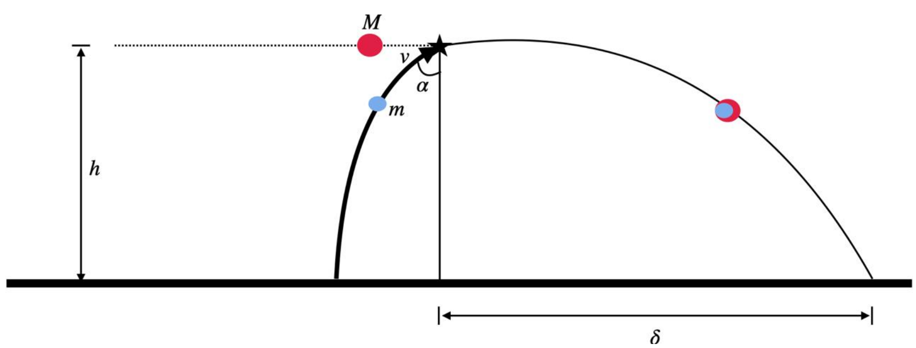
Una partícula de masa m se mueve bajo la acción de una fuerza central $\mathbf{F} = -kr^{-1}\hat{r}$, donde r es la coordenada radial en coordenadas polares y k es una constante positiva.

a) Encuentre el potencial asociado a la fuerza $\mathbf{f}$ y escriba la energía mecánica total. Dé una expresión para el potencial efectivo de este problema y grafíquelo como función de r .

b) Halle el radio de la órbita circular estable.

c) Calcule el periodo de esta órbita circular

Problema 2



Un cuerpo de masa m se incrusta en otro de masa M que se mueve con velocidad V en línea recta horizontal a una altura h sobre el suelo. Sabemos que m incide desde detrás y por debajo de M con una velocidad v formando un ángulo α con la vertical. Hay gravedad. Ambos cuerpos caen al suelo en un tiempo τ después de la colisión, a una distancia horizontal δ delante del punto de impacto. Obtener la masa M y la rapidez V a la que M se movía horizontalmente antes de ser alcanzada por m. Halle estas expresiones como función de los datos del problema (Datos: m, h, α, v, τ, δ y g)

Problema 3

Una partícula de masa m se mueve en un plano bajo la influencia de una fuerza $F = -Ar^{\alpha-1}$ dirigida hacia el origen; A y α (> 0) son constantes y la energía potencial es cero en el origen. Use coordenadas polares. Se pide:

a) Encuentre el Lagrangiano del problema.

b) Escriba las ecuaciones de Lagrange.

c) ¿Qué magnitudes se conservan?

POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2026-II
Fecha de examen: viernes 31 de octubre de 2025
12:30–14:00 h (hora centro)

Mecánica Cuántica

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: **1.5** hora.
- El examen consta de **4** problemas de los que hay que responder **3**.
- Responder los problemas en hojas separadas escritas por una sola cara.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**

Problema 1

Considere una partícula con espín $s = \frac{3}{2}$ y cuyo hamiltoniano es dado por

$$H = \frac{\alpha}{\hbar^2}\left(S_x^2 + S_y^2 - 3S_z^2\right) + \frac{\beta}{\hbar}S_z,$$

donde α y β son constantes.

a) ¿Cuáles son los niveles energéticos de este sistema?
b) ¿Son los niveles energéticos degenerados?

Problema 2

Una función de onda que describe partículas en el interior de un pozo rectangular infinito unidimensional de ancho a tiene para el tiempo $t = 0$ una forma triangular dada por

$$\psi(x, 0) = \begin{cases} b\,x, & 0 \le x \le a/2, \\ b\,(a - x), & a/2 \le x \le a. \end{cases}$$

Determine la función de onda para un tiempo $t > 0$ arbitrario. Las autofunciones estacionarias del pozo infinito y sus autovalores de energía son

$$\varphi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}}\,\sin\!\left(\frac{n\pi x}{a}\right), \qquad E_n = \frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}\,n^2.$$

Problema 3

Calcule los coeficientes de reflexión y transmisión para una barrera de potencial infinitamente angosta, aproximada por

$$V(x) = \lambda\,\delta(x - b), \qquad \lambda > 0,$$

con partículas que inciden desde la izquierda con energía $E > 0$.

Problema 4

(a) Demuestre que un operador hermitiano tiene eigenvalores reales.

(b) Muestre que el inverso del teorema anterior no es cierto en general, es decir, que puede haber operadores no hermitianos con eigenvalores reales. Para mostrarlo, considere el hamiltoniano del oscilador armónico modificado:

$$H = \frac{\hbar\omega}{2}\left(\hat{p}^2 + \hat{q}^2 + 2\varepsilon i\hat{q}\right),$$

donde ε es un número real,

$$\hat{p} = -i\frac{\partial}{\partial q}$$

es el operador de momento, y $\hat{q}$ es el operador posición en unidades de $\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$. Se pide determinar $H^\dagger$ y sus eigenvalores.

POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2026-II
Fecha de examen: viernes 31 de octubre de 2025
11:00–12:30 h (hora centro)

Termodinámica

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: **1.5** hora.
- El examen consta de **4** problemas de los que hay que responder **3**.
- Responder los problemas en hojas separadas escritas por una sola cara.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**

Problema 1

Los coeficientes de dilatación cúbica y de compresibilidad isoterma de cierto gas vienen dados por:

$$\beta = \frac{nR}{pV}, \qquad \kappa_T = \frac{nRT}{p^2V},$$

donde R es la constante universal de los gases ideales y n es el número de moles. Determina la ecuación de estado que relaciona p, V y T.

Problema 2

Considere un sistema de $N = 6$ partículas distinguibles y no interaccionantes que pueden ocupar dos niveles de energía $E_0 = 0$ y $E_1 = \varepsilon$. La energía total del sistema es $U = m\,\varepsilon$, donde m es el número de partículas en el nivel excitado.

1. Para cada $m = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$, calcule la probabilidad termodinámica $\Omega(U)$ de cada macroestado, definida como el número de configuraciones microsópicas compatibles con la energía total U y determine la entropía S correspondiente. Presente los resultados en una tabla que muestre, para cada $U = m\varepsilon$, los valores de m, Ω y S.
2. Determine para qué valor de m la entropía es máxima y justifique con argumentos físicos por qué ese valor corresponde al estado de mayor entropía del sistema.

Problema 3

La capacidad de un planeta para retener una atmósfera depende críticamente de la velocidad de escape en su exobase (la región atmosférica donde el camino libre medio de las partículas es largo). Los átomos de gas cuya velocidad excede la velocidad de escape pueden escapar del campo gravitacional del planeta. La fracción de átomos con velocidades superiores a v_e está dada por la cola de la distribución de Maxwell-Boltzmann para la rapidez, f_{MB}.

Considera el exoplaneta **Gliese 486 b**, una super-Tierra cuya velocidad de escape es $v_e = 16.95\,\mathrm{km/s}$. La temperatura en su atmósfera superior es $T = 700\,\mathrm{K}$ y está compuesta principalmente de átomos de hidrógeno atómico (H).

1. La fracción P de átomos con rapidez $v \geq v_e$ está dada por la expresión:

$$P = \int_{v_e}^{\infty} f_{MB}(v)dv.$$

Demuestra que dicha fracción puede expresarse como:

$$P = \frac{2x_0}{\sqrt{\pi}}\mathrm{e}^{-x_0^2} + \mathrm{erfc}(x_0),$$

donde $x_0 = v_e/v_{mp}$, $v_{mp} = \sqrt{\frac{2k_BT}{m}}$ es la velocidad más probable y $\mathrm{erfc}(z)$ es la función error complementaria, dada por:

$$\mathrm{erfc}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^{\infty} \mathrm{e}^{-t^2} dt.$$

2. Para $z > 1$,

$$P \approx \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(2x_0 + \frac{1}{x_0}\right) \mathrm{e}^{-x_0^2}.$$

   Con base en este valor de P, ¿esperas que Gliese 486 b retenga una atmósfera de hidrógeno a largo plazo? Justifica tu respuesta.

Datos útiles

- Masa del átomo de Hidrógeno: $m_H = 1.661 \times 10^{-27}$ kg.
- Constante de Boltzmann: $k_B = 1.381 \times 10^{-23}$ J/K

Problema 4

Dos cuerpos, ambos con capacidad calorífica a volumen constante $C_v(T) = A + BT$, tienen temperaturas iniciales $T_1 = 200$ K y $T_2 = 400$ K. Estos se conectan a través de una máquina térmica reversible que extrae trabajo. Ese trabajo se usa para comprimir adiabáticamente y reversiblemente un gas ideal monoatómico ($n = 1$ mol, $\gamma = 5/3$) cuya temperatura cambia de 300 K a 356.5 K. Los cuerpos, que permanecen a volumen constante, alcanzan una temperatura común final $T_f = 293$ K. Si se sabe que $A = 8.258$ J/K, determina:

1. El valor de B.
2. Los cambios de entropía de cada uno de los cuerpos.
3. El trabajo total obtenido.

POSGRADO
ASTROFISICA

POSGRADO EN ASTROFISICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2026-II
Fecha de examen: jueves 30 de octubre de 2025
12:30–14:00 h (hora centro CDMX)

Electromagnétismo

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: **1.5** hora.
- El examen consta de **4** problemas de los que hay que selecionar **3** para responder.
- Se deben responder los problemas en hojas separadas escritas por una sola cara.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**

Problema 1

Utilizando integración directa, encuentra el campo eléctrico $\vec{E}$, y el potencial ϕ, en un punto localizado a una distancia z del centro de un disco con densidad uniforme de carga σ y radio R (ver Figura 1).

1. ¿Qué sucede con el campo eléctrico cuando $R \to \infty$?

2. ¿Qué sucede con el campo eléctrico cuando $z \gg R$?

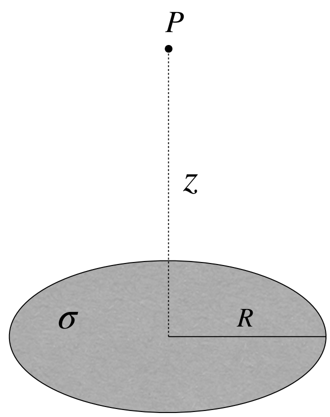


Figura 1: Disco con densidad uniforme de carga σ.

Problema 2

1. Haciendo uso de la expresión,
$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} \tag{1}$$
encuentra la forma diferencial de la ley de Gauss.

2. Expresa la relación matemática entre el potencial y el campo eléctrico.
¿Qué argumentos te permiten definir el potencial electrostático de tal forma?
¿Qué significado físico tiene el signo negativo en la definición del potencial?

3. Demuestra que el potencial electrostático satisface la ecuación de Poisson.

Problema 3

Una espira cuadrada, de lado a, se encuentra a una distancia s de un alambre recto muy largo, que lleva una corriente I (ver Figura 2).

1. Encuentra el flujo magnético Φ_B que pasa a través de la espira.

2. Si alguien empuja la espira, alejándola del alambre a una velocidad v, ¿cuál es la fuerza electromotriz generada y en qué dirección fluye la corriente inducida sobre la espira?

3. ¿Cómo cambian los resultados del inciso anterior si la espira ahora es empujada hacia la derecha, a la misma velocidad v (aunque la espira se mueve, se mantiene a la misma distancia del alambre)?

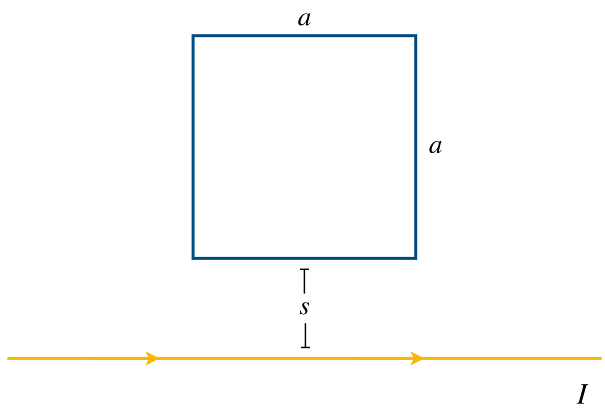


Figura 2: Espira cuadrada, colocada a una distancia s de un alambre recto.

Problema 4

Considera un medio dieléctrico sin cargas ni corrientes libres, pero en donde la constante dieléctrica ϵ es función de la posición. Asume que $\mu = 1$. Deduce las ecuaciones de onda para los campos eléctrico y magnético. Es decir, demuestra que:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{\epsilon}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\nabla\left[\frac{1}{\epsilon}\left(\nabla\epsilon \cdot \vec{E}\right)\right] \tag{2}$$

$$\nabla^2 \vec{B} - \frac{\epsilon}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = -\frac{1}{\epsilon}\nabla\epsilon \times \left(\nabla \times \vec{B}\right) \tag{3}$$

Analiza lo que sucede con estas ecuaciones cuando ϵ depende únicamente de la dirección de propagación de la onda.

POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2026-II
Fecha de examen: jueves 30 de octubre de 2025
14:00–15:30 h (hora centro)

Astronomía General

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: **1.5** hora.
- El examen consta de **20** preguntas de respuestas múltiples.
- Responder las **20** preguntas en hojas escritas por una sola cara.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**

1. En 1838, Friedrich Bessel logró la primera estimación precisa de la distancia a una estrella utilizando el método de paralaje. Estimaciones recientes del ángulo de paralaje de 51 Cygni reportan un valor de 287 mas (miliarcosegundos). ¿Cuál es la distancia de 51 Cygni en pc?

   a) 2.60 pc
   b) 3.48 pc
   c) 5.87 pc
   d) 5.87 ua
   e) 12.4 pc

2. ¿En qué momento del año la declinación del sol tiene un valor de $\sim +23.4$ grados?

   a) En el equinoccio de primavera
   b) En el solsticio de verano
   c) En el equinoccio de otoño
   d) En el solsticio de invierno
   e) Nunca

3. El sistema Albireo, en la constelación del Cisne, está formado por dos estrellas, Albireo A, con una magnitud aparente de 3.05, y Albireo B con una magnitud aparente de 5.12. ¿Cuál es la magnitud aparente del sistema binario?

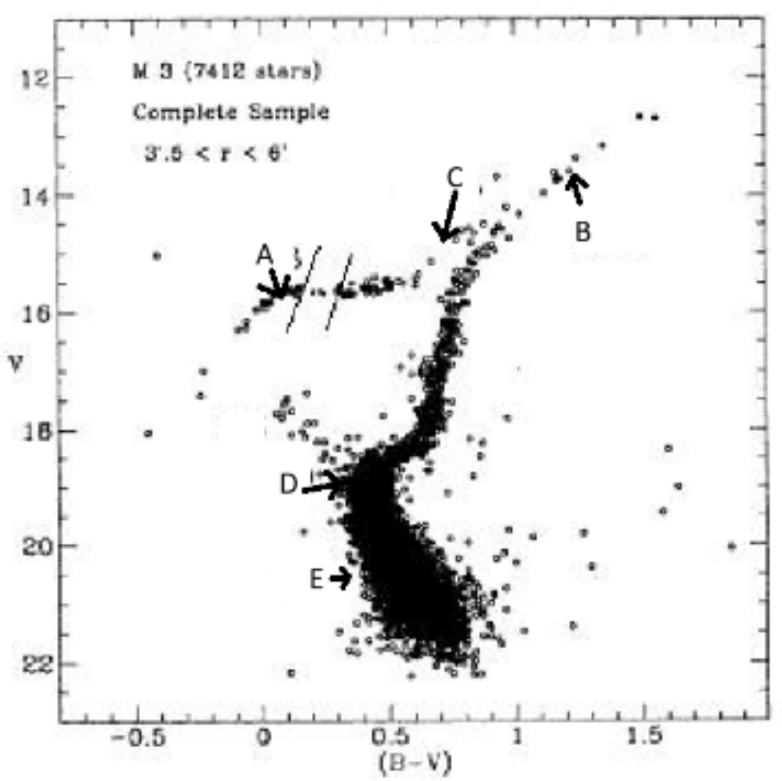
   a) 2.90 mag
   b) 3.43 mag
   c) 4.08 mag
   d) 4.81 mag
   e) 5.00 mag

4. ¿Qué cantidad observable se utiliza para estimar la temperatura superficial de una estrella?

   a) Su tamaño
   b) Su luminosidad
   c) Su indice de color
   d) Su magnitud absoluta
   e) Su magnitud aparente

5. A continuación se presenta un diagrama HR de las estrellas del Cúmulo Globular M3. En el se han señalado 5 elementos con las letras A, B, C, D, y E. Selecciona la opción que describe correctamente los componentes del diagrama color-magnitud, siguiendo el siguiente orden:
   – Turn-off point (TO)
   – Rama horizontal (HB)
   – Secuencia principal (MS)
   – Rama de las gigantes rojas (RGB)
   – Rama asintótica de las gigantes (AGB)

   a) A, B, C, D, E
   b) A, D, E, C, B
   c) B, A, E, C, D
   d) D, A, E, B, C
   e) D, B, E, A, C



6. El proceso triple-alfa es responsable de:
   a) La fusión de carbono en oxígeno
   b) La mayor producción de neutrinos en estrellas
   c) La producción de energía en la fase de subgigante
   d) La producción de energía en el núcleo de estrellas en la rama horizontal
   e) La conversión de hidrógeno en helio en el núcleo de estrellas de secuencia principal

7. Una estrella de $2.5\mathrm{M}_\odot$ tiene una luminosidad de $35\mathrm{L}_\odot$ por lo que su duración en la secuencia principal, es
   a) 2.8×10^8 años
   b) 7.0×10^8 años
   c) 1.4×10^9 años
   d) 2.8×10^9 años
   e) 2.5×10^{10} años

8. ¿Cuál de las siguientes fases es la última etapa en la evolución de una estrella de baja masa ($M \leq 8\mathrm{M}_\odot$)?
   a) Gigante roja
   b) Enana blanca
   c) Supernova tipo II
   d) Estrella de neutrones
   e) Formación de un agujero negro

9. ¿Cómo se traza el gas molecular?
   a) A través de la línea de 21 cm
   b) A través de la absorción de H_2
   c) A través de la molecula de CO
   d) A través de lineas de absorción
   e) A través del hidrógeno molecular

10. ¿Porqué se produce la línea de emisión de 21cm?
    a) Se produce por campos magnéticos
    b) Se produce por la absorción de un fotón
    c) Se produce por un incremento en la densidad del sistema
    d) Se produce por el choque entre dos átomos de Hidrógeno
    e) El cambio en la dirección del espín en el átomo de Hidrógeno

11. Para que una nube de gas colapse bajo su propia gravedad se requiere que
    a) Su tamaño debe ser menor a la longitud de Jeans
    b) Su tamaño debe ser mayor a la longitud de Jeans
    c) El valor de la constante de Jeans debe ser positivo
    d) El valor de la constante de Oort debe ser negativo
    e) El valor de la constante de Oort debe ser positivo

12. Las regiones fotoionizadas se caracterizan por estar restringidas a un radio, (radio de Stromgren) dentro del cual
    a) Todo el H esta totalmente ionizado
    b) Todo el He esta totalmente ionizado
    c) El grado de ionizacion del oxígeno es 0
    d) El grado de ionizacion del H varía lentamente de completamente ionizado a completamente neutro conforme nos alejamos de la estrella central
    e) Ninguna de las anteriores

13. A continuación se presentan varias afirmaciones sobre las poblaciones estelares: (i) Las estrellas de Poblacion I son mas Jovenes que las de Poblacion II, (ii) Las estrellas de Poblacion I tienen más elementos pesados que las de Poblacion II, (iii) Todas las estrellas de Poblacion II son rojas de tipo espectral M, (iv) El disco de la Vía Láctea esta formado por estrellas de Poblacion I, (v) El disco de la nebulosa de Andromeda esta formado por estrellas de Poblacion II ¿Cuál de los siguientes incisos lista todas las afirmaciones correctas?
    a) i, ii, iv
    b) i, ii, v
    c) i, iii, iv
    d) ii, iii, v
    e) ii, iv

14. A continuación se presentan varias afirmaciones sobre las constantes de Oort. (i)Las constantes de Oort son validas solo para el vecindario solar, (ii) Las constantes de Oort nos permiten medir los movimientos de las estrellas, (iii) La relación de suma entre las constantes de Oort (A+B) nos permite conocer el gradiente de rotación del LSR, (iv) Se pueden usar las constantes de Oort para calcular movimientos propios de cualquier estrella en la Vía Láctea ¿Cuáles de ellas son correctas?

    a) i, iii
    b) ii, iv
    c) ii, iii
    d) todas
    e) ninguna

15. La curva de rotación de nuestra galaxia

    a) Es de tipo DeSitter
    b) Es de tipo kepleriana
    c) Es típica de un cuerpo rígido
    d) Tiene una forma asintótica decreciente
    e) Presenta una región plana en la vecidad solar

16. La ley de de Vaucouleurs, conocida como $R^{-1/4}$, se aplica a galaxias elípticas y describe, para estas galaxias:

    a) la rotación galáctica
    b) la masa de las galaxias
    c) la existencia de materia oscura
    d) la distancia media a la que se encuentran
    e) el brillo superficial como función de la distancia a centro

17. ¿Qué es la relación de Tully-Fisher?

    a) Una relación entre la masa de las galaxias y su luminosidad
    b) Una relación entre la velocidad de rotación de las galaxias espirales y su luminosidad
    c) Una relación entre la velocidad de dispersión de las galaxias elÃpticas y su luminosidad
    d) Una relación entre la distancia a la que se encuentran las galaxias y su velocidad de recesión
    e) Una relación entre la masa del agujero negro central y la dispersión de velocidades de la componente del bulbo

18. Si la luz de un cuasar varía en una escala de tiempo de 100 días. ¿Cual es el tamaño de la region de emisión?

    a) 100 au
    b) 2.47 au
    c) 0.1parsec
    d) 100 parsec
    e) 1×10^7km

19. Señale la opción correcta. Las evidencias del Big-Bang son:

    a) La expansión e Inflación del Universo
    b) La abundancia de elementos pesados, la expansión y el CMB
    c) La expansión del Universo, la abundancia relativa de H y He y el CMB
    d) El número de galaxias actuales, la abundancia relativa de H y He, la inflación del Universo
    e) Ninguna de las opciones anteriores

20. ¿Cuáles de las siguientes obervaciones se consideran evidencia de materia oscura? (i) la velocidad lineal de rotacion de las galaxias espirales no disminuye a gran distancia radial, (ii) la aceleración de la expansión del universo, (iii) la dispersión de velocidades en cúmulos de galaxias, (iv) la rotación diferencial de la Vía Láctea, (v) las observaciones de ondas gravitacionales.

    a) i, iii
    b) ii, iv
    c) ii, iii, iv
    d) iii, v
    e) ninguna de éstas

Constantes Físicas y Factores de Conversión

Velocidad de la luz	c	3.00×10^{8} m s^{-1}
Carga del electrón	e	1.60×10^{-19} C
Masa del electrón	m_e	9.11×10^{-31} kg
Constante de Planck	h	6.63×10^{-34} J s^{-1}
	$\hbar$	1.054×10^{-34} J s^{-1}
	h	4.14×10^{-15} eV s
	hc	12.4 keV Å
Constante de gravedad	G	6.67×10^{-11} N m^{2} kg^{-2}
Permitividad del vacío	ϵ_0	8.85 10^{-12} N^{-1} m^{-2} C^{2}
Permeabilidad magnética del vacío	μ_0	1.26×10^{-6} m kg C^{-2}
Número de Avogadro	N_A	6.02×10^{23} mol^{-1}
Constante de Boltzmann	k	1.38×10^{-23} J K^{-1}
Constante de los gases	R	8.31 J K^{-1} mol^{-1} 1 kmol= 10^{3}mol
Magnetón de Bohr	$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c}$	5.788×10^{-9} eV G^{-1}.
Electrón volt	1 eV	1.602×10^{-19} J
Joule	J	10^{7} erg
Angstrom	A	10^{-10} m $= 0.1$ nm
statvolt cm^{-1} (campo eléctrico)	statv cm^{-1}	3×10^{4} volt m^{-1} (1 volt m^{-1} = 1 N C^{-1})
Atmósfera	atm	$= 1.01325$ bar $= 101,325$ Pa
Parsec	pc	3.086×10^{16} m
Unidad Astronomica	AU	1.496×10^{11} m
Masa Solar	$M_\odot$	1.989×10^{30} kg
Masa de Jupiter	$M_{\rm Jupiter}$	1.899×10^{27} kg $= 9.55 \times 10^{-4}$ $M_\odot$
Masa de la Tierra	$M_\oplus$	5.972×10^{24} kg $= 3.00 \times 10^{-6}$ $M_\odot$