

POSGRADO EN CIENCIAS (ASTRONOMÍA)  
Examen de Admisión  
para ingresar al semestre 2007-I  
19 de Junio, 2006

**El tiempo del examen es de 3 horas. Selecciona 6 problemas,  
donde al menos uno debe corresponder a cada tema.**

**Responde las preguntas en hojas separadas (por una sola cara)  
y no olvides escribir tu nombre en cada una de las hojas.**

### Mecánica Clásica

1. Un agujero negro se puede ver como un objeto tan compacto que la velocidad de escape en su superficie es igual a la velocidad de la luz. Calcula el radio que tendrían que tener la Tierra y el Sol si hubieran sido agujeros negros. La masa de la Tierra es  $6.0 \times 10^{24}$  kg y la del Sol es  $2 \times 10^{30}$  kg.
2. Una nave de masa total  $M$  está inicialmente en reposo en el espacio. A un tiempo dado  $t_0$  se prende su motor, el cual propulsa una mezcla de gases a alta velocidad  $v_s$  (constante), con una tasa de  $\alpha$  gramos por segundo. Calcula la aceleración de la nave justo después de la ignición del motor.
3. Un planeta con masa  $M_1$  tiene una órbita elíptica alrededor del Sol. El semi-eje mayor de la órbita es 'a' y la excentricidad 'e'. Obtener la expresión para la velocidad del planeta respecto al Sol en el perihelio. Suponga que la masa del Sol es  $M_2$ .

### Termodinámica

1. Tenemos un tubo largo de sección uniforme por el que circula un fluido de densidad uniforme y constante,  $\rho(\vec{x}; t) = \text{cte.} = \rho_0$ . A partir de la ecuación de continuidad, derivar el perfil de velocidad a lo largo del tubo,  $\vec{v}(\vec{x}; t)$ .
2. Un kilo de agua es calentada por un resistor eléctrico desde  $20^\circ \text{C}$  a  $90^\circ \text{C}$  a presión atmosférica (constante). Calcule: *i*) el cambio en la energía interna del agua. *ii*) el cambio en la entropía del agua. *iii*) el factor de aumento en el número de estados cuánticos disponibles del agua.
3. Considera un gas de  $N$  moléculas que solamente pueden ocupar tres estados de energía  $E_0 = 0$ ,  $E_1 = +E$  y  $E_2 = +2E$ . Los pesos estadísticos de los tres estados son idénticos.
  - a) ¿Cuáles son las poblaciones relativas de los tres estados como función de la temperatura  $T$ ?
  - b) ¿Cómo se comportan las poblaciones para  $T$  muy baja y  $T$  muy alta?. Discuta.

### Electromagnetismo y Óptica

1. Use el teorema de Gauss para probar que: Cualquier carga en exceso colocada sobre un conductor debe mantenerse en la superficie del conductor (un conductor por definición contiene cargas que pueden desplazarse libremente bajo la acción de campos eléctricos aplicados), y no en su interior.
2.
  - a) Escriba las ecuaciones de Maxwell con fuentes para los vectores  $E$ ,  $D$ ,  $H$ ,  $B$  en forma diferencial.
  - b) Identifique la extensión a la ley de Ampere, mostrando la necesidad de un término adicional a  $J$  (densidad de corriente) en la forma original de la ley, partiendo de un circuito que contenga un condensador con una geometría conveniente o usando la ley de conservación de la carga.
  - c) ¿Cuál es el significado físico de la corriente de desplazamiento?
3. ¿Cuál es la resolución angular (en minutos de arco) del ojo humano para la longitud de onda  $\lambda = 0.5$  micras si el diámetro de la pupila es de 1 mm. ¿Qué tamaño tendría que tener un sistema óptico para tener la misma resolución a  $\lambda = 20$  cm.

## Mecánica Cuántica

- Un pión neutro ( $m_0 = 135 MeV/c^2$ ) se mueve a velocidad  $0.6c$ . Se decae a dos fotones, uno viajando adelante en la misma dirección como el pión y el otro viajando hacia atrás en la dirección opuesta. ¿Cuáles son las energías de los dos fotones?
- Explique brevemente cuál es el significado de los tres números cuánticos  $n, l$ , y  $m$ , que clasifican los orbitales de los electrones.
  - La segunda capa electrónica, es la capa con  $n=2$ , ¿Qué valores pueden tener los números cuánticos  $l$  y  $m$  y cuantos electrones hay en cada subcapa?
  - ¿Cuántos electrones podrían caber en las dos capas  $n=1$  y  $n=2$ ? ¿Cuál es el elemento químico que tiene todos estos estados llenos de electrones y que peculiaridad química tiene?
- Considere el átomo de oxígeno  $^{16}O$ . ¿Qué significa "16" en  $^{16}O$ ?
  - Considerando que la energía de enlace del electrón del átomo de hidrógeno en la capa  $n=4$  es,

$$E_R = \frac{1}{2} \frac{m_e e^4}{\hbar^2} = 13.6 eV \quad (1)$$

¿Cuál es aproximadamente la energía de enlace de un electrón del átomo de  $^{16}O$ ? De  $^{15}O$ ? Si un fotón es capaz de expulsar este electrón del átomo de  $^{16}O$ , en qué rango del espectro electromagnético está este fotón? (radio, infrarojo, óptico, ultravioleta, rayos X, rayos  $\gamma$ ).

### Constantes útiles

Velocidad de la luz	$c$	$3.00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Carga del electrón	$e$	$1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$
Masa del electrón	$m_e$	$9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Constante de Planck	$h$	$6.63 \times 10^{-34} \text{ J s}^{-1}$
	$\hbar$	$1.054 \times 10^{-34} \text{ J s}^{-1}$
Constante de gravedad	$G$	$6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
Permitividad del vacío	$\epsilon_0$	$8.85 \times 10^{-12} \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ C}^2$
Permeabilidad magnética del vacío	$\mu_0$	$1.26 \times 10^{-6} \text{ m kg C}^{-2}$
Número de Avogadro	$N_A$	$6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante de Boltzman	$k$	$1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
Constante de los gases	$R$	$8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
Constante de estructura fina	$\alpha \equiv e^2/\hbar c$	1/137
Energía de Rydberg	$E_\infty = \frac{1}{2} \alpha m_e c^2$	13.6 eV
Magnetón de Bohr	$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c}$	$5.788 \times 10^{-9} \text{ eV G}^{-1}$ .
Radio de Bohr	$a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e^2}$	0.529 Å
Electrón volt	1 eV	$1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$