Examen de Mecánica Clásica
10 de Junio de 2009
El tiempo de examen es de 1 hora por materia. Escoge 2 de los 3 problemas.

1. Una partícula se mueve sujeta a un potencial

$$V(x) = V_0 \left(\frac{a}{x} + \frac{x}{a} \right)$$

donde, V_0 y a son positivas.

(a) Localiza los puntos de equilibrio,

(b) determina si son estables,

(c) para puntos de equilibrio estables obtén la frecuencia de oscilación para pequeños apartamientos del equilibrio (Ayuda: compara con el potencial del oscilador armónico).

2. Considera un péndulo unidimensional simple de longitud l y masa m que se mueva sin fricción en el aire.

(a) Escribe su Lagrangiano como función del ángulo ϕ que sustenta con su posición de equilibrio y de las derivadas de dicho ángulo.

(b) Escribe la ecuación de Lagrange corespondiente y encuentra la ecuación diferencial que rige el movimiento del péndulo.

(c) Demuestra que para pequeños ángulos el movimiento es armónico, y encuentra el periodo P de las oscilaciones.

3. (a) Encuentra el desplazamiento y la velocidad del movimiento **horizontal** de una partícula en un medio en el que la fuerza de resistencia es proporcional a la velocidad ($F = kv$). Considere que la velocidad inicial es $v_0 \neq 0$.

(b) Ahora, encuentra el desplazamiento y la velocidad del movimiento **vertical** de una partícula en un medio en el que la fuerza de resistencia es proporcional a la velocidad (considere la gravedad $F_g = -mg$). Considere que la velocidad inicial es $v_0 = 0$.

(Nota: en ambos casos, el movimiento es no relativista)

Examen de Mecánica Cuántica
10 de Junio de 2009
El tiempo de examen es de 1 hora por materia. Escoge 2 de los 3 problemas.

1. Considera un modelo 'planetario' de un átomo tipo H con un electrón de masa m_e y de carga $-e$ en órbita circular en torno al núcleo, que tiene masa M y carga $+Z_e$. La única fuerza es la debida a la atracción coulombiana y $M \gg m_e$.
   (a) Obtén una ecuación para la energía total E del átomo en términos del radio r de una órbita estable. Desprecia la radiación del electrón acelerado.
   (b) Deriva una ecuación para r en términos de m_e, e y el momento angular L del electrón.
   (c) Cuantiza $L = n\hbar$, para obtener las frecuencias de emisión y absorción en términos de n.

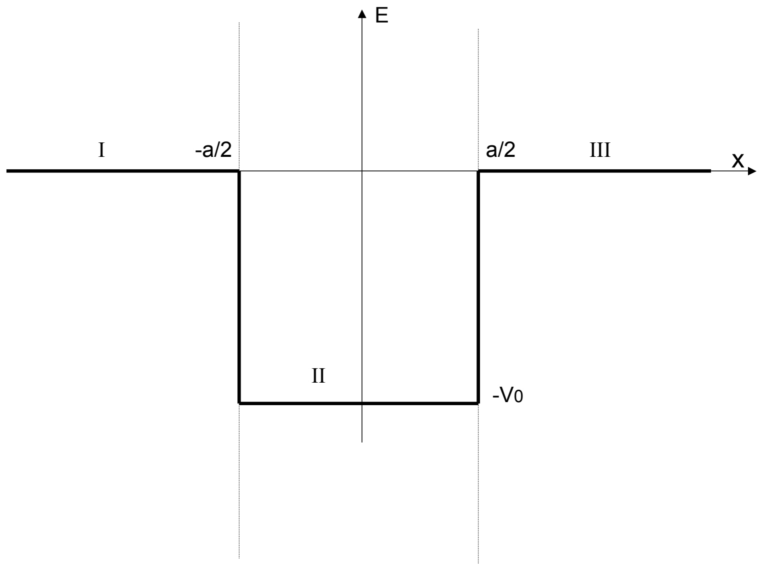
2. El hamiltoniano (adimensionalizado) de un sistema es dado por:

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

   (a) Establece si este operador es hermitiano y explica porqué es relevante (si lo es) o no.
   (b) ¿Cuáles son las energias permitidas para el sistema?
   (c) A un tiempo t dado, el sistema está en un estado descrito por el vector

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

   ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema se encuentre en un estado correspondiente a la energía $\omega = 2$ en el tiempo t?



3. Considera un pozo de potencial rectangular de ancho a y profundidad V_0 como en la figura.

   (a) Determina la ecuación de onda en las tres regiones (I,II y III), para una partícula de energía $E > 0$.

   (b) ¿En qué región podría estar la partícula si su energía es negativa?. Determina los valores permitidos de la energía en este caso.

   (c) De manera general, ¿en qué circunstancias está cuantizada la energía de una partícula, y en qué circunstancias no?

Examen de Electromagnetismo
10 de Junio de 2009
El tiempo de examen es de 1 hora por materia. Escoge 2 de los 3 problemas.

1. Considera una esfera de radio R, centrada en el origen, con una densidad de carga
$$\rho(r, \theta) = \frac{R}{r^2}(R - 2r)\sin\theta,$$
donde r es la distancia radial y θ el ángulo azimutal (coordenadas esféricas usuales).
    (a) Calcula la carga total de la esfera.
    (b) ¿Se puede aproximar el potencial lejos de la esfera como un potencial monopolar? (justifica tu respuesta)

2. Considera la siguiente onda estacionaria plana en el vacío:
$$\mathbf{E} = E_0 \cos(kz - wt)\,\hat{\mathbf{x}} + E_0 \sin(kz - wt)\,\hat{\mathbf{y}}$$
    (a) Encuentra el campo magnético ($\mathbf{B}$).
    (b) Calcula la potencia que pasa a través de un elemento de área perpendicular a la dirección de propagación.
    (c) ¿Qué tipo de polarización tiene la onda?

3. Usa el teorema de Gauss para probar:
    (a) Cualquier exceso de carga colocada sobre un conductor debe estar enteramente en su superficie.
    (b) El campo eléctrico en la superficie de un conductor es normal a la superficie y tiene una magnitud σ/ϵ_0 (en unidades SI), donde σ es la densidad de carga por unidad de área de la superficie y ϵ_0 permeabilidad eléctrica en el vacio.

Examen de Termodinámica
10 de Junio de 2009
El tiempo de examen es de 1 hora por materia. Escoge 2 de los 3 problemas.

1. (a) Escribe en palabras la ley cero y la primera ley de la termodinámica. Da el significado físico (es decir, algún concepto o principio) de cada una.
   (b) Un mol de gas ideal monoatómico, inicialmente a temperatura T_0, se expande de un volumen V_0 hasta $2V_0$,
      i. adiabáticamente,
      ii. isotérmicamente.

   Calcula el trabajo de expansión y el calor absorbido por el gas en cada caso. Da los resultados en términos de RT_0.

2. (a) Enuncia la segunda ley de la termodinámica.
   (b) Un motor Carnot tiene una potencia de 500 W. Se opera entre las temperaturas de 100°C y 60.0°C.
      i. ¿Cuál es la tasa de calor que la fuente térmica caliente cede?
      ii. ¿Cuál es la tasa de calor que la fuente térmica fría recibe?

   En ambos casos, da la respuesta en unidades de kilojoules por segundo.

3. Considera 3 moles de un gas ideal diatómico. Calentamos el gas de una temperatura inicial T_0 a una temperatura final $T_1 = T_0 + 40$ K, quedando la presión constante.
   (a) ¿Cuánto calor (en Joules) se necesita para efectuar este cambio de temperatura?
   (b) ¿Por cuánto cambia la energía interna del gas?
   (c) ¿Cuánto trabajo realiza el gas durante la transformación?
   (d) Sin hacer cálculos, determina si la cantidad de calor necesario para aumentar la temperatura de 3 moles de un gas ideal *monoatómico* por 40 K a presión constante es menor o mayor al valor que obtuvimos para un gas *diatómico*. Justifica tu respuesta.

   Ayuda: Para un gas ideal, el calor específico a presión constante se da por

$$C_p = \frac{n}{2}R$$

   donde n es el número de grados de libertad y $R = 8.31$ J K^{-1} mol^{-1}.