



INSTITUTO DE ASTRONOMÍA  
Y  
CENTRO DE RADIOASTRONOMÍA Y ASTROFÍSICA

## EXAMEN DE ADMISIÓN

Primavera de 2014

3 Y 4 DE DICIEMBRE DE 2013

---

La duración del examen es de 1.5 horas por área de conocimiento.

Son 5 áreas de conocimiento: Mecánica Clásica, Electromagnetismo, Física Cuántica, Física Térmica, y Astronomía General

Realice las áreas pertinentes. Seleccione 2 problemas por área; salvo para Astronomía que hay que realizarlas todas, hay opción múltiple de respuestas.

Responda las preguntas en hojas separadas (por una sola cara).

**Escriba su nombre en cada una de las hojas utilizadas.**

## NÚMEROS ÚTILES

---

Velocidad de la luz	$c$	$3.00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Carga del electrón	$e$	$1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$
Masa del electrón	$m_e$	$9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ; 0.511 MeV
Masa del protón	$m_p$	$1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ; 940 MeV
Constante de Planck	$h$	$6.63 \times 10^{-34} \text{ J s}^{-1} = 4.14 \times 10^{-15} \text{ eV s}$
	$hc$	12.4 keV Å
Constante de Stefan-Boltzmann	$\sigma$	$5.67 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ K}^{-4} \text{ s}^{-1}$
Constante de radiación	$a = 4\sigma/c$	$7.566 \times 10^{-15} \text{ erg cm}^{-3} \text{ K}^{-4}$
Sección recta de Thomson	$\sigma_T$	$6.65 \times 10^{-29} \text{ m}^2$
Constante de gravedad	$G$	$6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
Permitividad del vacío	$\epsilon_0$	$8.85 \times 10^{-12} \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ C}^2$
Permeabilidad magnética del vacío	$\mu_0$	$1.26 \times 10^{-6} \text{ m kg C}^{-2}$
Número de Avogadro	$N_A$	$6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante de Boltzmann	$k$	$1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
Constante de los gases	$R$	$8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
		$0.08205 \text{ L atm K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
Magnetón de Bohr	$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c}$	$5.788 \times 10^{-9} \text{ eV G}^{-1}$ .
Electrón volt	eV	$1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$ , 12,000 K
Joule	J	$10^7 \text{ erg}$
Angstrom	Å	$10^{-10} \text{ m} = 0.1 \text{ nm}$
statvolt/cm (campo eléctrico)	statv/cm	$3 \times 10^4 \text{ volt/m}$ (volt/m =N/C)
Atmósfera	atm	$1.01325 \text{ bar} = 101,325 \text{ Pa}$
Constante gravitacional	$G$	$4.299 \times 10^{-9} \text{ Mpc M}_\odot^{-1} (\text{km/s})^2$
Masa solar	$M_\odot$	$1.99 \times 10^{33} \text{ g}$
Radio solar	$R_\odot$	$6.96 \times 10^{10} \text{ cm}$
Luminosidad solar	$L_\odot$	$3.827 \times 10^{33} \text{ erg s}^{-1}$
Unidad Astronómica	AU	$1.496 \times 10^{13} \text{ cm}$
Parsec	pc	$3.086 \times 10^{18} \text{ cm}$
Constante de Hubble	$H_0$	$70 h_7 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ , $h_7 = 1.05$
Tiempo de Hubble	$t_H = 1/H_0$	$13.97 h_7^{-1} \text{ Gyr}$
Densidad critica	$\rho_{c0} = 3H_0^2/8\pi G$	$9.204 \times 10^{-27} h_7^2 \text{ kg m}^{-3}$

---

Parte I  
Mecánica Clásica

- [1] Un cubo pequeño de masa  $m$  se coloca en el interior de un embudo alrededor de un eje vertical que pasa por el centro del embudo. El embudo da vueltas a una tasa de  $\nu$  revoluciones/seg. La pared del embudo forma un ángulo  $\theta$  con la HORIZONTAL. Si no hay fricción,
- y el cubo está una distancia  $r$  del eje de rotación, a que tasa debe girar el embudo para que el cubo permanezca inmóvil?  
Si el coeficiente de fricción estática entre el cubo y el embudo es igual a  $\mu$ , y el cubo sigue a una distancia  $r$  del eje de rotación, cuáles serán:
  - el valor más grande y
  - el valor más pequeño de  $\nu$  para que el cubo permanezca inmóvil, o sea para que no se resbale ni hacia arriba, ni hacia abajo?
- [2] Se tiene un cuerpo esférico de masa  $M$  y radio  $R$ .
- Qué es la velocidad de escape?
  - Encontrar una expresión para la velocidad de escape de un cuerpo de masa  $m$  que está sobre la superficie de este cuerpo esférico. Explicar claramente las suposiciones que se hacen
- [3] Un pendulo simple de masa  $m$  y longitud  $l$  se desplaza un ángulo  $\theta$ . La longitud del pendulo se acorta a una tasa de  $dl/dt = -\gamma$ . Utilice la mecánica lagrangiana para resolver para  $\theta$  como función del tiempo. Asuma la aproximación de ángulo pequeño y que la tasa de disminución del longitud es suficientemente pequeña que un término no-lineal que aparece en la ecuación de movimiento puede ser despreciado; es decir,  $l \approx l_0$ .

Parte II  
Electromagnetismo

**[1]** Una partícula cargada (positiva) se encuentra en el origen, en presencia de campos eléctrico y magnético uniformes dados por  $\vec{E} = E\hat{k}$  y  $\vec{B} = B\hat{i}$ . Si la partícula está inicialmente en reposo, determinar:

- a) La expresión matemática de la trayectoria que sigue la partícula.
- b) Bosqueje la trayectoria de dicha partícula.

**[2]** Un cascarón esférico de radio  $b = 10$  cm, tiene una densidad superficial uniforme de carga  $\sigma_o$ . A 80 cm de la superficie del cascarón, según una línea radial, el potencial electrostático es de 1000 V. (Sistema de unidades SI;  $\epsilon_o = 8,85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$ )

- a) ¿Cuál es la densidad superficial de carga  $\sigma_o$  del cascarón?
- b) ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico en el interior de la esfera?
- c) ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico afuera de la esfera?

**[3]** Una densidad de corriente esta dada en coordenadas cilíndricas por la siguiente expresión:

$$J = \begin{cases} J_0 \frac{s_0}{s} \hat{z} & , \quad s \geq s_0 \\ 0 & , \quad s < s_0 \end{cases}$$

Calcular el campo magnético en todas partes, dentro y fuera de la región delimitada por la distancia radial  $s_0$ .

Parte III  
Astronomía General

- [1] (MAGNITUDES) Un par de estrellas binarias tiene magnitudes aparentes  $m_1 = 5$  y  $m_2 = 6$  ¿Cuál es la magnitud observada del par?
- a) 3.4 mag
  - b) 4.6 mag
  - c) 5.4 mag
  - d) 11.0 mag
- [2] (DISTANCIA) Determina la distancia a la galaxia M104, el Sombrero, tomando en cuenta que su módulo de distancia es  $m-M = 31.5$
- a) 150 kpc
  - b) 830 kpc
  - c) 6.9 Mpc
  - d) 20 Mpc
- [3] (DISTANCIA) ¿A qué distancia de nosotros se encuentra una estrella que tiene ángulo de paralaje de 0.03 segundos de arco ( $0.03''$ )?
- a) 3.3 unidades astronómicas
  - b) 3.3 parsec
  - c) 33 unidades astronómicas
  - d) 33 parsec
- [4] (RADIACION) La longitud de onda que corresponde a la intensidad máxima del espectro del Sol es  $5026 \text{ \AA}$  y la temperatura efectiva del Sol es 5770 K. ¿Cuál es la longitud de onda que corresponde a la intensidad máxima del espectro de la radiación cósmica de fondo en micras?
- a) 30 micras
  - b) 100 micras
  - c) 300 micras
  - d) 1000 micras
- [5] (BINARIAS) En un sistema binario eclipsante de estrellas iguales cuyas componentes se mueven en órbitas circulares. El sistema presenta un periodo de 3 meses y una semi-amplitud de velocidades de 150 km/s. Determina el radio de las órbitas individuales y la masa total del sistema.
- a)  $2.5 \text{ AU}$ ,  $10 M_{\odot}$
  - b)  $1.25 \text{ AU}$ ,  $31.2 M_{\odot}$

c) 0.25AU, 22.5M<sub>⊙</sub>

d) 2.5AU, 22.5M<sub>⊙</sub>

**[ 6 ]** (INTERIORES Y EVOLUCIÓN) La secuencia principal corresponde es la fase más prolongada de la vida de las estrellas y corresponde a cuando en el centro de la estrella está ocurriendo:

a) la quema de Hidrógeno en Helio.

b) la quema de Helio en Carbono.

c) la quema de elementos mas pesados que el Hidrógeno y el Helio.

d) la quema de Hidrógeno y de Helio.

**[ 7 ]** (INTERIORES Y EVOLUCIÓN) ¿De qué manera terminará su vida una estrella de 0.3 Msol?

a) Explosión de supernova + estrella de neutrones.

b) Nebulosa planetaria + enana blanca.

c) Explosión de supernova + enana blanca.

d) Enana blanca sin remanente gaseosa.

**[ 8 ]** (INTERIORES Y EVOLUCIÓN) Una estrella de 15 veces la masa del Sol, obtiene su energía en la secuencia principal mediante:

a) Reacción triple alfa

b) El ciclo CNO

c) La cadena p-p

d)  $^{12}\text{C} + ^4\text{He} \Rightarrow ^{16}\text{O}$

**[ 9 ]** (VARIABLES) ¿Porqué se utilizan las variables tipo cefeida para determinar las distancias?

a) Porque son del mismo tamaño

b) Porque son del mismo brillo

c) Porque son muy brillantes, y su brillo se puede determinar de su periodo

d) Porque se brillo se puede determinar de su periodo, aunque no son muy brillantes

**[ 10 ]** (MEDIO INTERESTELAR) ¿Cuál es la masa virial para una nube molecular con  $\langle V_r \rangle > 3$  km/s y  $R = 10$  pc?

a)  $1.0 \times 10^3$  Msol

- b)  $1.0 \times 10^4$  Msol
- c)  $1.0 \times 10^5$  Msol
- d)  $1.0 \times 10^6$  Msol

**[ 11 ]** (MEDIO INTERESTELAR) ¿Que resolución en frecuencia es necesaria para nuestro detector para observar la línea de 21 cm con una resolución de 0.1 km/s?

- a)  $4.3 \times 10^{15}$ Hz
- b)  $1.4 \times 10^9$ Hz
- c)  $3 \times 10^6$ Hz
- d)  $5 \times 10^2$ Hz

**[ 12 ]** (MEDIO INTERESTELAR) El espectro característico de una region HII consiste de

- a) líneas intensas de recombinación y líneas de excitación de colisional
- b) un continuo plano
- c) un continuo tipo cuerpo negro, con líneas en absorción
- d) espectro tipo estelar con líneas en emisión

**[ 13 ]** (MEDIO INTERESTELAR) Las regiones fotoionizadas se caracterizan por están restringidas a un radio, (radio de Stromgren) dentro del cual

- a) Todo el H esta totalmente ionizado
- b) Todo el He esta totalmente ionizado
- c) El grado de ionizacion del oxígeno es 0
- d) Ninguna de las anteriores

**[ 14 ]** (CUMULOS ESTELARES) En un diagrama HR de un cúmulo galáctico. ¿Qué elemento se utiliza para determinar la edad de los cúmulos?

- a) La magnitud de las estrellas mas brillantes
- b) La magnitud de las estrellas mas débiles
- c) El color más azul de las estrellas en la secuencia principal
- d) El color más rojo de las estrellas en la secuencia principal

**[ 15 ]** (CUMULOS ESTELARES) ¿Cual es la diferencia entre cúmulos estelares abiertos y cúmulos estelares globulares?

- a) sus velocidades y distribución en la Galaxia
- b) sus edades y composiciones químicas

- c) sus números de estrellas y concentraciones
- d) todo lo arriba indicado

**[ 16 ]** (GALAXIAS) La ley de de Vaucouleurs, conocida como  $R^{-1/4}$ , se aplica a galaxias elípticas y describe, para estas galaxias:

- a) la masa de las galaxias
- b) el brillo superficial como función de la distancia a centro
- c) la rotación galáctica
- d) la existencia de materia oscura

**[ 17 ]** (GALAXIAS) La relación Tully-Fisher se refiere a:

- a) una relación entre la luminosidad de una galaxia espiral y su velocidad de rotación
- b) una correlación entre metalicidad y magnitud absoluta para galaxias elípticas
- c) una correlación entre edades y dispersiones de velocidad para galaxias elípticas
- d) una correlación entre metalicidad y masa para galaxias espirales

**[ 18 ]** (GALAXIAS) Si la luz de un cuasar varía en una escala de tiempo de 100 días. ¿Cuál es el tamaño de la region de emisión?

- a)  $1 \times 10^7$  km
- b) 100 AU
- c) 0.1 parsec
- d) 100 parsec

**[ 19 ]** (COSMOLOGIA) La Gran Explosión es una teoría que pretende explicar el inicio del Universo. ¿Cuáles de las observaciones que se mencionan a continuación corroboran esta teoría? (i) el corrimiento al rojo de las galaxias, (ii) la curva de rotación de las galaxias espirales, (iii) la radiación de fondo de 3K, (iv) la edad de las estrellas más viejas de la galaxia, (v) el valor primordial del He. Las observaciones correctas son:

- a) i, ii, v
- b) i, iii, v
- c) ii, iii, iv
- d) i, iii, iv

**[20]** (COSMOLOGIA) Considera dos galaxias lejanas con velocidades de recesión de 1100 km/s y 6900 km/s, localizadas a 15 Mpc y 90 Mpc, respectivamente. De estas observaciones, el valor que se deriva para la Constante de Hubble es:

- a) 10 km/s /Mpc
- b) 50 km/s /Mpc
- c) 75 km/s /Mpc
- d) 500 km/s /Mpc

Parte IV  
Física Cuántica

- [1] En la teoría de información cuántica un operador muy utilizado es el “Hadamard gate” que puede representarse por la matriz

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

- a) ¿Es este operador Hermitiano y unitario?  
 b) Encuentre los eigenvalores y los eigenvectores de este operador

- [2] Una partícula de masa  $m$  esta atrapada en una caja de potencial unidimensional de anchura  $a$ , y se encuentra en el estado estacionario

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{10a}} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) + A \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right) + \frac{3}{\sqrt{5a}} \sin\left(\frac{3\pi x}{a}\right)$$

- a) Esta normalizada la función de onda?  
 b) ¿Cuáles podrían ser los posibles valores de energía y sus respectivas probabilidades?  
 c) Si se mide la energía y se obtiene  $2\pi^2\hbar^2/(ma^2)$  ¿cuál es el estado inmediatamente después de la medida?

- [3] ¿Cuáles son los niveles energéticos de una partícula con espín  $s = \frac{3}{2}$  y estado  $|s, m\rangle$  si su hamiltoniano está dado por

$$H = \frac{\alpha}{\hbar}(S_x^2 + S_y^2 - 2S_z^2) - \frac{\beta}{\hbar}S_z$$

Parte V  
Física Térmica

- [1] Desde el punto de vista de la termodinámica, la radiación electromagnética en un recipiente vacío de volumen  $V$ , que se encuentra en equilibrio con las paredes a una temperatura  $T$  se comporta como un gas de fotones con energía interna  $U = aVT^4$  y presión  $P = aT^4/3$ , donde  $a$  es la constante de Stefan.

Derive y dibuje las isothermas y las adiabáticas para este sistema en un diagrama  $PV$ .

- [2] La velocidad del sonido en un gas de índice adiabático  $\gamma$  esta dada por  $C_s = \sqrt{\gamma kT/m_p}$ , donde  $m_p$  es la masa de las partículas que componen el gas,  $k$  es la constante de Boltzmann y  $T$  es la temperatura.

Calcule la velocidad promedio de las partículas,  $\langle v \rangle$ , para el  $N_2$  a  $T = 300$  K suponiendo que el gas es ideal y se encuentra en equilibrio y exprese la en términos de la velocidad del sonido.

- [3] Un gas ideal está originalmente confinado a un volumen  $V_1$  en un contenedor aislado de volumen  $V_1 + V_2$  (Fig. 1). El resto del contenedor es evacuado. La partición entre ambos volúmenes se remueve y el gas se expande para llenar de manera completa el contenedor. Si la temperatura inicial del gas era  $T$  ¿Cuál es su temperatura final? Justifique su respuesta.

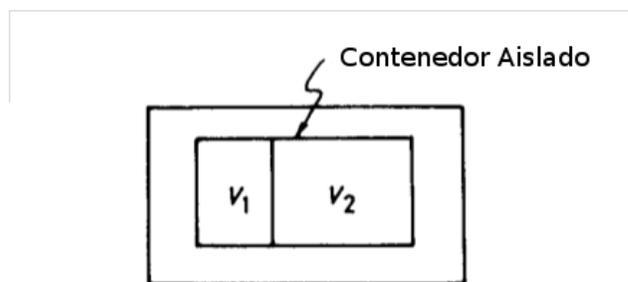


Figura 1