

POSGRADO EN ASTROFÍSICA: UNAM
EXAMEN DE ADMISIÓN: ASTRONOMÍA GENERAL

Clave: _____

Encierre la respuesta correcta

1. A B C D
2. A B C D
3. A B C D
4. A B C D
5. A B C D
6. A B C D
7. A B C D
8. A B C D
9. A B C D
10. A B C D
11. A B C D
12. A B C D
13. A B C D
14. A B C D
15. A B C D
16. A B C D
17. A B C D
18. A B C D
19. A B C D
20. A B C D



POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2016-2
Fecha de examen: 1 de diciembre 2015

Astronomía General

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: 1.5 horas.
- El examen consta de 20 preguntas de selección múltiple.
- Contestar todas las preguntas.
- Anote las respuestas en la hoja proporcionada.
- No olvidar escribir su clave en la hoja.

CONSTANTES FÍSICAS Y FACTORES DE CONVERSIÓN

Velocidad de la luz	c	$3.0 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Carga del electrón	e	$1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$
Masa del electrón	m_e	$9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Masa del protón	m_H	$1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Constante de Planck	h	$6.63 \times 10^{-34} \text{ J s}$
	$\hbar$	$1.054 \times 10^{-34} \text{ J s}$
	h	$4.14 \times 10^{-15} \text{ eV s}$
	hc	12.4 keV Å
Constante de gravedad	G	$6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
Electrón volt	1 eV	$1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$
Joule	J	10^7 erg
Angstrom	Å	$10^{-10} \text{ m} = 0.1 \text{ nm}$
Permitividad del vacío	ϵ_0	$8.85 \times 10^{-12} \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ C}^2$
Permeabilidad magnética del vacío	μ_0	$1.26 \times 10^{-6} \text{ m kg C}^{-2}$
Magnetón de Bohr	$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c}$	$5.788 \times 10^{-9} \text{ eV G}^{-1}$
statvolt/cm (campo eléctrico)	statv/cm	$3 \times 10^4 \text{ volt/m}$
Número de Avogadro	N_A	$6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante de los gases	R	$8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
Constante de Boltzmann	k	$1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
Atmósfera	atm	$1.01325 \text{ bar} = 101325 \text{ Pa}$
Constante de Stefan-Boltzmann	σ	$5.67 \times 10^{-8} \text{ J m}^{-2} \text{ K}^{-4} \text{ s}^{-1}$
Parsec	pc	$3.086 \times 10^{16} \text{ m}$
Unidad Astronómica	AU	$1.496 \times 10^{11} \text{ m}$
Radio Solar	$R_\odot$	$6.96 \times 10^8 \text{ m}$
Radio de la Tierra	$R_\oplus$	$6.378 \times 10^6 \text{ m}$
Masa Solar	$M_\odot$	$1.989 \times 10^{30} \text{ kg}$
Masa de Jupiter	M_{Jupiter}	$1.989 \times 10^{30} \text{ kg}$
Masa de la Tierra	M_{Tierra}	$1.989 \times 10^{30} \text{ kg}$
Luminosidad Solar	$L_\odot$	$3.826 \times 10^{26} \text{ J s}^{-1}$
Energía de ionización de hidrógeno	I_H	13.6 eV
Coefficiente de recombinación	α_B	$2.6 \times 10^{-13} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$
Un año	año	$3.1557 \times 10^7 \text{ s}$

1. Se observa la línea de absorción de $H\alpha$ ($\lambda_0 = 6562.8 \text{ \AA}$) de una estrella a una longitud de onda $\lambda_{\text{obs}} = 6556.2 \text{ \AA}$. ¿Cuál es la velocidad de la estrella con respecto al observador?
 - (A) 302 km s^{-1} alejándose del observador.
 - (B) 302 km s^{-1} hacia el observador.
 - (C) 1990 km s^{-1} alejándose del observador.
 - (D) 1990 km s^{-1} hacia el observador.
2. Se observa un sistema binario espectroscópico. La velocidad radial máxima de una componente es $K_1 \text{ km s}^{-1}$ y la de la otra componente es $K_2 \text{ km s}^{-1}$. ¿Qué se puede decir acerca de las masas M_1 y M_2 de las dos componentes?
 - (A) La suma de masas es $M_1 + M_2 \propto K_2 + K_1$.
 - (B) La suma de masas es $M_1 + M_2 \propto (K_2 + K_1)^{-1}$.
 - (C) El cociente de masas es $M_1/M_2 = K_1/K_2$.
 - (D) El cociente de masas es $M_1/M_2 = K_2/K_1$.
3. Dos estrellas A y B del mismo tipo espectral tienen ángulos de paralaje $p_A = 0.154''$ y $p_B = 0.077''$, respectivamente. El cociente de los flujos radiantes recibidos en la Tierra de estas dos estrellas es entonces:
 - (A) $F_A/F_B = 2.0$.
 - (B) $F_A/F_B = 0.5$.
 - (C) $F_A/F_B = 4.0$.
 - (D) $F_A/F_B = 0.25$.
4. Cuando están en la secuencia principal, las estrellas generan su energía en su región central transformando 4 núcleos de hidrógeno en 1 de helio a través de dos procesos nucleares principales: el ciclo CNO y/o la cadena p-p. ¿Para cuál rango de masas estelares domina el ciclo CNO sobre la cadena p-p?
 - (A) Masas estelares entre 1.5 a 150 masas solares.
 - (B) Masas estelares entre 0.1 a 8 masas solares.
 - (C) Masas estelares entre 0.001 a 2.5 masas solares.
 - (D) En ninguna estrella domina el ciclo CNO.
5. ¿Cuál de los siguientes conceptos físicos no se aplican a la descripción del interior del Sol?
 - (A) presión de gas ideal.
 - (B) conducción térmica.
 - (C) equilibrio hidrostático.
 - (D) opacidad.

pasar a la siguiente hoja...

6. Si las estrellas fuesen cuerpos negros perfectos, la relación entre luminosidad y temperatura $L = 4\pi R_*^2 \sigma T^4$ sugiere que estrellas con mismo radio se localizan, en el diagrama H-R, en rectas con pendiente
- (a) +4 y son aproximadamente paralelas a la secuencia principal.
 - (b) -4 y son aproximadamente paralelas a la secuencia principal.
 - (c) +2 y son aproximadamente perpendiculares a la secuencia principal.
 - (d) -2 y son aproximadamente paralelas a la secuencia principal.
7. Para un tipo espectral dado, las estrellas enanas tienen líneas más anchas que las estrellas gigantes porque:
- (A) Las estrellas enanas son más calientes que las gigantes, produciendo un mayor ensanchamiento térmico.
 - (B) Las estrellas gigantes tienen más energía y pueden ionizar una fracción importante de átomos, reduciendo el número de átomos capaces de producir la línea observada.
 - (C) Las estrellas enanas tienen mayor gravedad superficial, lo cual aumenta la presión en su atmósfera, provocando que los niveles energéticos de los átomos se ensanchen.
 - (D) Las estrellas gigantes tienen mayor gravedad superficial, permitiendo que todos los átomos tengan bien definidos sus niveles electrónicos.
8. El espectro característico de una region HII consiste de
- (A) continuo muy débil y líneas de emisión intensas
 - (B) un continuo plano
 - (C) un continuo tipo cuerpo negro, y líneas en absorción
 - (D) una emisión continua con líneas de absorción y emisión
9. Las estrellas A y B se encuentran inmersas en nubes con la misma composición y densidad, pero la estrella A produce 9 veces más fotones ionizantes que la estrella B. ¿Cómo se compara el radio de Stromgren, R_{Strom} , de la estrella A con el de la estrella B?
- (A) R_{Strom} de la estrella A es 27 veces R_{Strom} de la estrella B.
 - (B) R_{Strom} de la estrella A es 3 veces R_{Strom} de la estrella B.
 - (C) R_{Strom} de la estrella A es 2.08 veces R_{Strom} de la estrella B.
 - (D) R_{Strom} de la estrella A es 9 veces R_{Strom} de la estrella B.
10. ¿Cuáles son los tres principales rangos de temperatura que se observa en el medio interestelar?
- (A) 20 K, 40 K, 100 K
 - (B) 20°C, 40°C, 100°C
 - (C) 100 K, 10^4 K, 10^6 K
 - (D) 1 000 K, 30 000 K, 100 000 K

pasar a la siguiente hoja. . .

11. Considerando que la presión en el medio interestelar es aproximadamente constante, ¿qué consecuencia para las densidades tiene el hecho de tener tres rangos principales de temperatura en el MIE?
- (A) Las temperaturas todas son similares.
 - (B) Las temperaturas varían de manera inversa a las densidades.
 - (C) Las temperaturas varían de la misma manera que las densidades.
 - (D) Las temperaturas son similares a las de las atmósferas estelares.
12. ¿Cuál es el mecanismo físico atómico que produce la línea de 21 cm que se usa para explorar la cinemática galáctica?
- (a) Una transición entre dos estados nucleares del átomo de hidrógeno neutro.
 - (b) La transición en el estado fundamental del hidrógeno neutro de un estado paralelo a antiparalelo del spin del electrón y protón.
 - (c) La recombinación de un electrón que neutraliza un ión de hidrógeno.
 - (d) Una transición prohibida en el hidrógeno neutro.
13. El método del punto tangente sirve para determinar la curva de rotación de:
- (A) Galaxias externas.
 - (B) Regiones del disco galáctico interiores al radio de rotación del Sol en torno al centro de la galaxia.
 - (C) Regiones del disco galáctico exteriores al radio de rotación del Sol en torno al centro de la galaxia.
 - (D) Cúmulos globulares.
14. Se puede decir que las estrellas de la Vía Láctea que se encuentran a radios mayores en el disco galáctico que nuestro Sol:
- (A) Están en movimiento alrededor del centro de la Galaxia con aproximadamente la misma velocidad que el Sol.
 - (B) Son generalmente más masivas que el Sol.
 - (C) Son en general más viejas que el Sol.
 - (D) Tienen metalicidades mayores que el Sol.

pasar a la siguiente hoja. . .

15. Andr3meda presenta una curva de rotaci3n plana con una amplitud de 230 km s^{-1} hasta un radio de 36 kpc medidos desde el centro de la galaxia. ¿Cuál es la masa contenida en ese radio?
- (A) $4.43 \times 10^{11} M_{\odot}$
 - (B) $6.45 \times 10^6 M_{\odot}$
 - (C) $6.46 \times 10^9 M_{\odot}$
 - (D) $1 \times 10^{10} M_{\odot}$
16. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones (I. a IV.) acerca de los cúmulos abiertos (galácticos) y los cúmulos globulares son correctos?
- I. Los cúmulos abiertos tienen mucho más estrellas que los cúmulos globulares.
 - II. En los cúmulos globulares se observan principalmente estrellas avanzadas de edad, mientras los cúmulos abiertos contienen principalmente estrellas jóvenes.
 - III. Estadísticamente los cúmulos globulares se encuentran más cerca del plano galáctico.
 - IV. En los cúmulos globulares la interacci3n gravitatoria entre las estrellas es significativa, mientras que en los cúmulos abiertos no.
- (A) Todas.
 - (B) I y III.
 - (C) II y IV.
 - (D) Ninguna.
17. Compara la velocidad promedio de las estrellas de los cúmulos NGC 2419 (cúmulo globular) y las Pléyades (cúmulo galáctico). Considera que el primero tiene 1×10^6 estrellas de $0.6 M_{\odot}$ y un radio de 19 pc y el segundo tiene 240 estrellas de $1 M_{\odot}$ y un radio de 4 pc. Determina el cociente de ambas velocidades (NGC 2419 / Pléyades).
- (A) 23 veces menor
 - (B) 530 veces menor
 - (C) 530 veces mayor
 - (D) 23 veces mayor
18. ¿Qué es un *cuasar*?
- (A) Un agujero negro estelar.
 - (B) Un agujero negro supermasivo.
 - (C) El centro de una galaxia con agujero negro rodeado de un disco de acreci3n brillante.
 - (D) Un chorro de gas relativista.

pasar a la siguiente hoja. . .

19. El factor de escala del Universo ha aumentado un factor de 1,100 desde la época de recombinación. ¿Qué temperatura tenía el fondo de microondas cósmico CMB cuando fue emitido?
- (A) $\sim 10,000$ K.
 - (B) $\sim 400,000$ K.
 - (C) $\sim 1,103$ K.
 - (D) $\sim 3,000$ K.
20. ¿Cuál de los siguientes fenómenos **NO** representa una evidencia para la existencia de la materia oscura?
- (A) Las supernovas Tipo II.
 - (B) Los lentes gravitacionales.
 - (C) Las curvas de rotación de las galaxias espirales.
 - (D) Las inhomogeneidades en el mapa de la radiación de fondo cósmico.

FIN.



POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2016-2
Fecha de examen: 2 de diciembre 2015

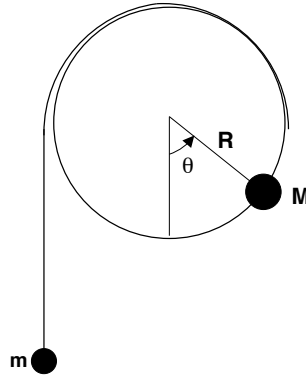
Mecánica Clásica

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: 1.5 horas.
- El examen consta de 3 problemas.
- Su calificación se basará en las **2** mejores respuestas.
- Responder los problemas en hojas separadas escritas por una sola cara.
- No escribir información demasiado cerca de los bordes de las hojas de respuesta - dejar un par de centímetros alrededor.
- No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.

1. Dos partículas puntuales con masas m_1 y m_2 están conectadas por una cuerda de longitud constante y masa ignorable. La masa m_1 se mueve sobre una superficie horizontal sin fricción y m_2 cuelga a través de un agujero en esta superficie. Asumiendo que m_2 se mueve sólo verticalmente,
 - (a) Obtenga las ecuaciones de Lagrange para el sistema y redúzcalas a una sola ecuación diferencial.
 - (b) Si en particular $m_1 = m_2$ y a m_1 se le da una velocidad v_0 en dirección azimutal en la superficie horizontal cuando tiene la posición radial r_0 respecto al agujero, calcule el valor de v_0 para que m_1 se mueva en un círculo de radio r_0 .

2. Una rueda de masa ignorable y radio R es montada sobre un eje horizontal sin fricción y puede girar en un plano vertical alrededor de este eje. Una masa puntual M está fija en la orilla de la rueda y otra masa m está colgada de una cuerda sin masa que pasa por el perímetro de la rueda. El ángulo θ describe la posición de la masa M con respecto al vertical. Ver la figura siguiente.



- (a) Escriba la energía potencial total de las dos masas en función del ángulo θ .
 - (b) ¿Cuál es la condición sobre las masas para que haya alguna posición de equilibrio del sistema?
 - (c) Encuentre la Lagrangiana del sistema en términos de la coordenada generalizada θ y la velocidad generalizada $\dot{\theta}$.
 - (d) Escriba la ecuación de Lagrange para el sistema y así encontrar la ecuación de movimiento.
 - (e) Para desplazamientos pequeños (θ') alrededor de la posición de equilibrio (θ_0), ¿qué tipo de movimiento hace el sistema?

3. Un proyectil es lanzado desde un plano horizontal para llegar a un blanco a distancia $x = L$. Al tiempo t_1 cuando su altura es $z = h$ el proyectil se rompe en 2 pedazos de masas m_a y m_b . Si ambos pedazos caen al suelo al mismo tiempo t_2 y la masa m_a cae a una distancia $x = L + l$ del origen, ¿dónde cae el otro pedazo? Se puede despreciar la resistencia aerodinámica.

FIN.



POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2016-2
Fecha de examen: 2 de diciembre 2015

Electromagnetismo

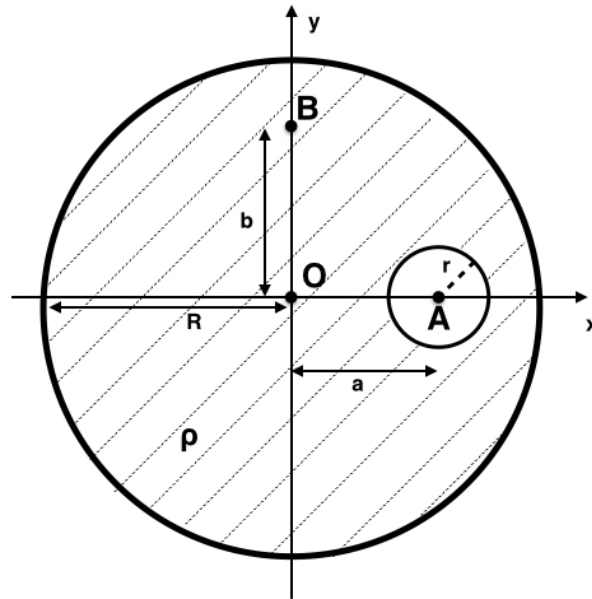
INSTRUCCIONES

- Duración del examen: 1.5 horas.
- El examen consta de 3 problemas.
- Su calificación se basará en las **2** mejores respuestas.
- Responder los problemas en hojas separadas escritas por una sola cara.
- No escribir información demasiado cerca de los bordes de las hojas de respuesta - dejar un par de centímetros alrededor.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**

CONSTANTES FÍSICAS Y FACTORES DE CONVERSIÓN

Velocidad de la luz	c	$3.0 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Carga del electrón	e	$1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$
Masa del electrón	m_e	$9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Masa del protón	m_H	$1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Constante de Planck	h	$6.63 \times 10^{-34} \text{ J s}$
	$\hbar$	$1.054 \times 10^{-34} \text{ J s}$
	h	$4.14 \times 10^{-15} \text{ eV s}$
	hc	12.4 keV Å
Constante de gravedad	G	$6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
Electrón volt	1 eV	$1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$
Joule	J	10^7 erg
Angstrom	Å	$10^{-10} \text{ m} = 0.1 \text{ nm}$
Permitividad del vacío	ϵ_0	$8.85 \times 10^{-12} \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ C}^2$
Permeabilidad magnética del vacío	μ_0	$1.26 \times 10^{-6} \text{ m kg C}^{-2}$
Magnetón de Bohr	$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c}$	$5.788 \times 10^{-9} \text{ eV G}^{-1}$
statvolt/cm (campo eléctrico)	statv/cm	$3 \times 10^4 \text{ volt/m}$
Número de Avogadro	N_A	$6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante de los gases	R	$8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
Constante de Boltzmann	k	$1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
Atmósfera	atm	$1.01325 \text{ bar} = 101325 \text{ Pa}$
Constante de Stefan-Boltzmann	σ	$5.67 \times 10^{-8} \text{ J m}^{-2} \text{ K}^{-4} \text{ s}^{-1}$
Parsec	pc	$3.086 \times 10^{16} \text{ m}$
Unidad Astronómica	AU	$1.496 \times 10^{11} \text{ m}$
Radio Solar	$R_\odot$	$6.96 \times 10^8 \text{ m}$
Radio de la Tierra	$R_\oplus$	$6.378 \times 10^6 \text{ m}$
Masa Solar	$M_\odot$	$1.989 \times 10^{30} \text{ kg}$
Masa de Jupiter	M_{Jupiter}	$1.989 \times 10^{30} \text{ kg}$
Masa de la Tierra	M_{Tierra}	$1.989 \times 10^{30} \text{ kg}$
Luminosidad Solar	$L_\odot$	$3.826 \times 10^{26} \text{ J s}^{-1}$
Energía de ionización de hidrógeno	I_H	13.6 eV
Coefficiente de recombinación	α_B	$2.6 \times 10^{-13} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$
Un año	año	$3.1557 \times 10^7 \text{ s}$

1. Considere un cilindro sólido muy largo de radio R que se carga en su interior con una densidad de carga volumétrica no uniforme $\rho = \rho_0(1 - \frac{r}{R})$, donde ρ_0 es una constante positiva, siendo r la medida desde el eje del cilindro. Utilice la Ley de Gauss para encontrar el campo eléctrico $\vec{E}$ dentro y fuera del cilindro.
2. Demostrar que las ecuaciones de onda para los campos eléctrico y magnético (en el vacío) son invariantes ante transformaciones de Lorentz. *Sugerencia: Considere que el movimiento del sistema O' respecto a O solo es en la dirección $\hat{x}$.*
3. Tenemos una esfera de radio R con densidad de carga constante. Se elimina una esfera interior de radio r centrada en el punto A, que está alejada una distancia a del centro O de la esfera, con $a > r$ (ver la figura). Calcule el campo eléctrico en los puntos O, A y B.



FIN.



POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2016-2
Fecha de examen: 1 de diciembre 2015

Mecánica Cuántica

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: 1.5 horas.
- El examen consta de 4 problemas.
- Su calificación se basará en las **3** mejores respuestas.
- Responder los problemas en hojas separadas escritas por una sola cara.
- No escribir información demasiado cerca de los bordes de las hojas de respuesta - dejar un par de centímetros alrededor.
- No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.

CONSTANTES FÍSICAS Y FACTORES DE CONVERSIÓN

Velocidad de la luz	c	$3.0 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Carga del electrón	e	$1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$
Masa del electrón	m_e	$9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Masa del protón	m_H	$1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Constante de Planck	h	$6.63 \times 10^{-34} \text{ J s}$
	$\hbar$	$1.054 \times 10^{-34} \text{ J s}$
	h	$4.14 \times 10^{-15} \text{ eV s}$
	hc	12.4 keV Å
Constante de gravedad	G	$6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
Electrón volt	1 eV	$1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$
Joule	J	10^7 erg
Angstrom	Å	$10^{-10} \text{ m} = 0.1 \text{ nm}$
Permitividad del vacío	ϵ_0	$8.85 \times 10^{-12} \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ C}^2$
Permeabilidad magnética del vacío	μ_0	$1.26 \times 10^{-6} \text{ m kg C}^{-2}$
Magnetón de Bohr	$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c}$	$5.788 \times 10^{-9} \text{ eV G}^{-1}$
statvolt/cm (campo eléctrico)	statv/cm	$3 \times 10^4 \text{ volt/m}$
Número de Avogadro	N_A	$6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante de los gases	R	$8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
Constante de Boltzmann	k	$1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
Atmósfera	atm	$1.01325 \text{ bar} = 101325 \text{ Pa}$
Constante de Stefan-Boltzmann	σ	$5.67 \times 10^{-8} \text{ J m}^{-2} \text{ K}^{-4} \text{ s}^{-1}$
Parsec	pc	$3.086 \times 10^{16} \text{ m}$
Unidad Astronómica	AU	$1.496 \times 10^{11} \text{ m}$
Radio Solar	$R_\odot$	$6.96 \times 10^8 \text{ m}$
Radio de la Tierra	$R_\oplus$	$6.378 \times 10^6 \text{ m}$
Masa Solar	$M_\odot$	$1.989 \times 10^{30} \text{ kg}$
Masa de Jupiter	M_{Jupiter}	$1.989 \times 10^{30} \text{ kg}$
Masa de la Tierra	M_{Tierra}	$1.989 \times 10^{30} \text{ kg}$
Luminosidad Solar	$L_\odot$	$3.826 \times 10^{26} \text{ J s}^{-1}$
Energía de ionización de hidrógeno	I_H	13.6 eV
Coefficiente de recombinación	α_B	$2.6 \times 10^{-13} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$
Un año	año	$3.1557 \times 10^7 \text{ s}$

- Los operadores de escalera del momento angular, J_+ y J_- , tienen la propiedad de subir o bajar el número cuántico m de un eigenestado $\psi_{j,m}$ de J^2 y J_z :

$$\begin{aligned} J_+ &= J_x + iJ_y, & J_+\psi_{j,m} &= c^+\psi_{j,m+1} \\ J_- &= J_x - iJ_y, & J_-\psi_{j,m} &= c^-\psi_{j,m-1} \end{aligned}$$

donde c^+ y c^- son constantes que dependen de j y m .

- J_+ y J_- conmutan? ($[J_x, J_y] = i\hbar J_z$) ¿Son hermitianos?
 - Suponga que un sistema está en un eigenestado de J^2 y J_z , $\psi_{j,m}$. Calcule $\langle J_x \rangle$, $\langle J_y \rangle$ y $\langle J_z \rangle$.
 - Calcule J_x^2 y J_y^2 y muestre que $\langle J_x^2 \rangle = \langle J_y^2 \rangle$ en ese mismo eigenestado.
 - Calcule $\langle J_x^2 + J_y^2 \rangle$, $\langle J_x^2 \rangle$ y $\langle J_y^2 \rangle$. ¿Cuáles son sus valores mínimos?
 - Interprete los resultados anteriores en términos de la incompatibilidad de mediciones simultáneas de J_x , J_y y J_z .
- Escriba la ecuación de Planck para la radiación y explique cada uno de sus términos. ¿Qué describe físicamente? ¿Qué es un cuerpo negro?
 - Deduzca y discuta los casos $h\nu \ll kT$ y $h\nu \gg kT$ para la función de Planck. ¿Qué es el desplazamiento de Wien? Dedúcelo.
 - Realice una gráfica donde muestre cómo se ve afectado el espectro de Planck para distintas temperaturas (3 curvas son suficientes).
 - Suponga (a) que luz con una intensidad de 10^{-10} W/m² cae uniforme y perpendicular a una superficie metálica, (b) que los átomos en la superficie están separados por una distancia de 3 Å, (c) que hay un electrón libre por átomo y (d) que la energía de ligadura de estos electrones es de 5 eV.

Si consideramos la luz de manera clásica, como onda,

- ¿Cuánto tiempo debe uno esperar después de encender la luz para observar la eyección de electrones de la superficie del metal?
 - ¿Cuál es la longitud de onda mínima de los fotones para eyectar electrones por el efecto fotoeléctrico?
 - Con la intensidad dada, ¿cuál será la tasa de electrones eyectadas (electrones/segundo) si los fotones tienen la longitud de onda anterior?
- Considere un sistema con un espacio de estado bidimensional donde $|\phi_1\rangle$ y $|\phi_2\rangle$ conforman una base ortonormal y son también eigenvectores del hamiltoniano con eigenvalores $E_1 = 5\hbar$ y $E_2 = (4 - i)\hbar$.
 - ¿Es este sistema un sistema físico realista/posible?
 - Si el sistema está inicialmente en el estado $|\psi(t_0)\rangle = |\phi_1\rangle$, ¿cuál es la probabilidad de encontrar el estado del sistema en el estado $|\psi(t)\rangle = |\phi_1\rangle$ un tiempo t después?
 - Repita el inciso (b) si el sistema está inicialmente en el estado $|\psi(t_0)\rangle = |\phi_2\rangle$.
 - ¿Qué podemos deducir de este sistema?

FIN.



POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2016-2
Fecha de examen: 1 de diciembre 2015

Termodinámica

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: 1.5 horas.
- El examen consta de 4 problemas.
- Su calificación se basará en las **3** mejores respuestas.
- Responder los problemas en hojas separadas escritas por una sola cara.
- No escribir información demasiado cerca de los bordes de las hojas de respuesta - dejar un par de centímetros alrededor.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**

CONSTANTES FÍSICAS Y FACTORES DE CONVERSIÓN

Velocidad de la luz	c	$3.0 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Carga del electrón	e	$1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$
Masa del electrón	m_e	$9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Masa del protón	m_H	$1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Constante de Planck	h	$6.63 \times 10^{-34} \text{ J s}$
	$\hbar$	$1.054 \times 10^{-34} \text{ J s}$
	h	$4.14 \times 10^{-15} \text{ eV s}$
	hc	12.4 keV Å
Constante de gravedad	G	$6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
Electrón volt	1 eV	$1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$
Joule	J	10^7 erg
Angstrom	Å	$10^{-10} \text{ m} = 0.1 \text{ nm}$
Permitividad del vacío	ϵ_0	$8.85 \times 10^{-12} \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ C}^2$
Permeabilidad magnética del vacío	μ_0	$1.26 \times 10^{-6} \text{ m kg C}^{-2}$
Magnetón de Bohr	$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c}$	$5.788 \times 10^{-9} \text{ eV G}^{-1}$
statvolt/cm (campo eléctrico)	statv/cm	$3 \times 10^4 \text{ volt/m}$
Número de Avogadro	N_A	$6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante de los gases	R	$8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
Constante de Boltzmann	k	$1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
Atmósfera	atm	$1.01325 \text{ bar} = 101325 \text{ Pa}$
Constante de Stefan-Boltzmann	σ	$5.67 \times 10^{-8} \text{ J m}^{-2} \text{ K}^{-4} \text{ s}^{-1}$
Parsec	pc	$3.086 \times 10^{16} \text{ m}$
Unidad Astronómica	AU	$1.496 \times 10^{11} \text{ m}$
Radio Solar	$R_\odot$	$6.96 \times 10^8 \text{ m}$
Radio de la Tierra	$R_\oplus$	$6.378 \times 10^6 \text{ m}$
Masa Solar	$M_\odot$	$1.989 \times 10^{30} \text{ kg}$
Masa de Jupiter	M_{Jupiter}	$1.989 \times 10^{30} \text{ kg}$
Masa de la Tierra	M_{Tierra}	$1.989 \times 10^{30} \text{ kg}$
Luminosidad Solar	$L_\odot$	$3.826 \times 10^{26} \text{ J s}^{-1}$
Energía de ionización de hidrógeno	I_H	13.6 eV
Coefficiente de recombinación	α_B	$2.6 \times 10^{-13} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$
Un año	año	$3.1557 \times 10^7 \text{ s}$

1. Compare el trabajo requerido para comprimir adiabáticamente un sistema a la mitad de su volumen suponiendo que:

- (a) Se trata de un gas ideal monoatómico
- (b) Se trata de un gas de fotones ($P = \frac{1}{3}aT^4$, $U = aVT^4$)

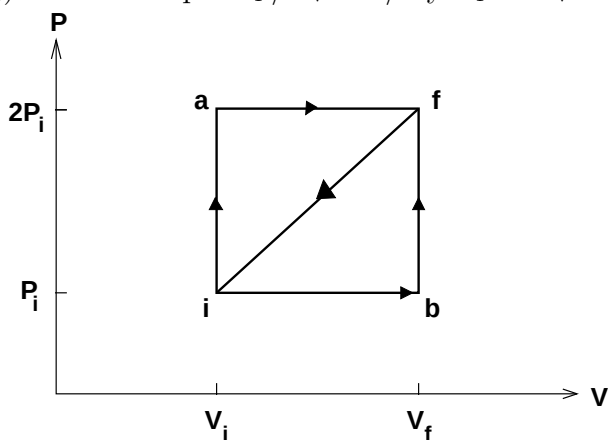
y que ambos se encuentran inicialmente a una misma temperatura T_0 , volumen V_0 y presión P_0 .

Determine además qué sistema se calienta más al fin del proceso.

2. Una máquina cíclica de eficiencia η opera entre dos reservorios térmicos, recibiendo Q_H del reservorio caliente a $T_H = 2000^\circ\text{K}$, dando Q_L a un reservorio frío a $T_L = 400^\circ\text{K}$ y generando un trabajo W . Para cada uno de los siguientes casos, determine si el proceso es reversible, irreversible o imposible:

- (a) $Q_H = 1200\text{ kJ}$ y $W = 1020\text{ kJ}$
- (b) $Q_H = 1200\text{ kJ}$ y $Q_L = 240\text{ kJ}$
- (c) $W = 1400\text{ kJ}$ y $Q_L = 600\text{ kJ}$
- (d) $\eta = 40\%$

3. Un mol de gas ideal pasa del estado i a f a lo largo de una transformación i - a - f al recibir una cantidad de calor de $11,500\text{ J}$. En i tenemos $P_i = 100\text{ kPa}$ y $V_i = 10\text{ L}$ y en f la presión se duplica ($P_f = 2P_i$). Recuerde que $C_P/C_V = 5/3$ y $C_P - C_V = R$.



- (a) Calcule las coordenadas termodinámicas (P, V, T) para los estados i, a, b , y f .
- (b) Cuando el sistema vuelve de f hacia i a lo largo de una transformación de forma lineal, calcule el trabajo y el calor liberado por el sistema.

pasar a la siguiente página...

4. Suponga que un gas esta contenido en un recipiente cerrado. Cuando uno supone que el gas choca elásticamente con una pared, la fuerza sobre la pared es de

$$F = nA \left(mv_x^2 \right),$$

donde n es el número de partículas, A el área de la pared, m la masa de cada partícula y v_x la velocidad en x . Debido a que cada partícula no tiene la misma velocidad suponga que la velocidad cuadrática media es $\langle v_x^2 \rangle$ y que la velocidad media de cada eje cartesiano cumple que, $\langle v_x \rangle = \langle v_y \rangle = \langle v_z \rangle$.

- (a) Obtenga la presión como función de la velocidad sistémica.
- (b) Calcule una expresión de la velocidad como función de la temperatura.

FIN.