



POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Astrofísica General

Examen de Admisión

para ingresar al semestre 2019-2

Fecha del examen: miércoles 28 de noviembre de 2018

15:00 - 17:00 horas, hora del centro de México

Instrucciones

- Duración del examen: 2.0 horas.
- El examen consta de 20 preguntas de selección múltiple.
- Contestar todas las preguntas.
- Anote las respuestas en la hoja de respuestas proporcionada.
- **No olvide escribir su clave en la hoja.**

POSGRADO EN ASTROFÍSICA
EXAMEN DE ADMISIÓN: ASTROFÍSICA GENERAL
Hoja de respuestas

CLAVE: _____

Encierre la respuesta correcta

- | | | | | |
|-----|---|---|---|---|
| 1. | A | B | C | D |
| 2. | A | B | C | D |
| 3. | A | B | C | D |
| 4. | A | B | C | D |
| 5. | A | B | C | D |
| 6. | A | B | C | D |
| 7. | A | B | C | D |
| 8. | A | B | C | D |
| 9. | A | B | C | D |
| 10. | A | B | C | D |
| 11. | A | B | C | D |
| 12. | A | B | C | D |
| 13. | A | B | C | D |
| 14. | A | B | C | D |
| 15. | A | B | C | D |
| 16. | A | B | C | D |
| 17. | A | B | C | D |
| 18. | A | B | C | D |
| 19. | A | B | C | D |
| 20. | A | B | C | D |

1. El período orbital sideral de Io (una de las lunas de Júpiter) es 1.77 días.
El semieje mayor es $4.22 \cdot 10^8$ m. Suponiendo que la masa de Io es insignificante en comparación con la masa de Júpiter,
¿Cuál es la masa de Júpiter?
A) $1.9 \cdot 10^{27}$ kg
B) $3.5 \cdot 10^{27}$ kg
C) $7.0 \cdot 10^{27}$ kg
D) $0.5 \cdot 10^{27}$ kg

- 2- La luminosidad del Sol es $L = 3.839 \cdot 10^{26}$ W.
A una distancia de $1 \text{ UA} = 1.496 \cdot 10^{11}$ m, ¿Cuál es el flujo radiante que recibe la Tierra sobre su atmósfera?
A) 5653 W m^{-2}
B) 10000 W m^{-2}
C) 1365 W m^{-2}
D) 7861 W m^{-2}

- 3.- Determina la distancia a la galaxia M101 del Remolino, tomando en cuenta que su módulo de distancia es **$m-M = 20.9$**
A) 6.4 Mpc
B) 640 kpc
C) 8.3 Mpc
D) 830 kpc

- 4.- Un par de estrellas binarias tiene magnitudes aparentes $m_1 = 7$ y $m_2 = 6$
¿Cuál es la magnitud observada del par?
A) 3.4 mag
B) 4.6 mag
C) 5.6 mag
D) 11.0 mag

- 5.- Kepler-452 tiene un tipo espectral G2V, y una magnitud aparente de 13.4. ¿A qué distancia se encuentra, si suponemos que no hay absorción interestelar?
Recordemos que la magnitud visual absoluta del Sol es 4.79.
A) 530 pc
B) 1,060 pc
C) 5,300 pc
D) 12,100 pc

- 6.- Vega (α Lyrae) tiene 9,600 K de temperatura efectiva, y la longitud de onda que corresponde a la intensidad máxima de un cuerpo negro a esa temperatura es 3020 Å. La estrella Betelgeuse tiene una temperatura superficial de 3600 K. Si suponemos que Betelgeuse es un cuerpo negro, ¿A qué longitud de onda la intensidad es máxima ?
- A) $\lambda_{\text{max}} = 8050 \text{ Å}$
 - B) $\lambda_{\text{max}} = 7000 \text{ Å}$
 - C) $\lambda_{\text{max}} = 6000 \text{ Å}$
 - D) $\lambda_{\text{max}} = 1200 \text{ Å}$
- 7.- La secuencia principal corresponde es la fase más prolongada de la vida de las estrellas y corresponde a cuando en el centro de la estrella está ocurriendo:
- A) la quema de Hidrógeno en Helio.
 - B) la quema de Helio en Carbono.
 - C) la quema de elementos mas pesados que el Hidrógeno y el Helio.
 - D) la quema de Hidrógeno y de Helio.
- 8.- ¿De qué manera terminará su vida una estrella de $0.3 M_{\odot}$?
- A) Explosión de supernova + estrella de neutrones.
 - B) Nebulosa planetaria + enana blanca.
 - C) Explosión de supernova + enana blanca.
 - D) Enana blanca sin remanente gaseosa.
- 9.- ¿Cuál es la diferencia entre cúmulos estelares abiertos y cúmulos estelares globulares?
- A) las velocidades y distribución en la Galaxia
 - B) las edades y composiciones químicas
 - C) los números de estrellas y concentraciones
 - D) todo lo arriba indicado
- 10.- La ley de de Vaucouleurs, conocida como $R^{-1/4}$, se aplica a galaxias elípticas y describe, para estas galaxias:
- A) la masa de las galaxias
 - B) el brillo superficial como función de la distancia a centro
 - C) la rotación galáctica
 - D) la existencia de materia oscura

- 11.- La radiación de 21 cm se detecta en el disco de la galaxia. Proviene de:
- A) la emisión del H neutro vía la transición del nivel 2 al 1
 - B) la emisión de O^{++} vía transición prohibida
 - C) la emisión del H neutro en estado base, por cambio del spin del electrón con respecto al núcleo
 - D) la emisión por excitación colisional del nivel base del O ionizado
- 12.- La relación período-luminosidad que cumplen las estrellas variables cefeidas clásicas permiten determinar la distancia a la que se encuentran porque
- A) las cefeidas de menor período son las más brillantes
 - B) se puede determinar el período y de ahí el módulo de distancia
 - C) las variable cefeidas no se usan en la determinación de distancia
 - D) las estrellas cefeidas y las RR Lira tiene luminosidad constante
- 13.- Si la luz de un cuásar varía en una escala de tiempo de 100 días.
- ¿Cual es el tamaño de la región de emisión?
- A) 1×10^7 km
 - B) 100 AU
 - C) 0.1 parsec
 - D) 100 parsec
- 14.- Se forma una región ionizada de baja densidad alrededor de una estrella caliente, de más de 30,000 K de temperatura superficial.
- Esta región emite un espectro del tipo
- A) un continuo de emisión con máximo en el infrarrojo
 - B) un continuo estelar que es reflejo de la luz de la estrella
 - C) líneas en emisión sobre un continuo débil
 - D) líneas en absorción sobre un continuo débil
- 15.- La evidencia de la presencia de materia oscura es
- A) La rotación diferencial de la Vía Láctea
 - B) La velocidad lineal de rotación en las galaxias espirales no disminuye a gran distancia radial
 - C) La aceleración de la expansión del universo
 - D) La velocidad angular de rotación en las galaxias espirales no disminuye a gran distancia radial

- 16.- La relación Tully-Fisher se refiere a:
- A) una relación entre la luminosidad de una galaxia espiral y su velocidad de rotación
 - B) una correlación entre metalicidad y magnitud absoluta para galaxias elípticas
 - C) una correlación entre edades y dispersiones de velocidad para galaxias elípticas
 - D) una correlación entre metalicidad y masa para galaxias espirales
- 17.- Un remanente de supernova está constituido por gas alejándose a alta velocidad de la zona de la explosión de una estrella masiva. Las fases que describen la evolución dinámica de este objeto son:
- A) estacionaria, expansión libre, aceleración
 - B) expansión libre, adiabática y radiativa
 - C) radiativa, colisional, y adiabática
 - D) la pregunta no tiene sentido
- 18.- Se acepta como evidencia de la expansión del universo:
- A) Mayor corrimiento al rojo a mayor tamaño aparente de las galaxias
 - B) Mayor brillo de las galaxias a mayor corrimiento al rojo
 - C) Menor brillo de las supernovas a mayor corrimiento al rojo
 - D) Menor corrimiento al rojo a mayor tamaño aparente de las galaxias
- 19.- Son evidencias de la Gran explosión (Big Bang)
- A) La expansión del universo, la ausencia de objetos sin helio, la radiación de fondo de microondas
 - B) La aceleración de la expansión del universo, la ausencia de objetos sin helio, las ondas gravitacionales
 - C) La inflación, la radiación de fondo de microondas, las ondas gravitacionales
 - D) La edad de los cúmulos globulares, la ausencia de objetos sin helio, la radiación de fondo de microondas
- 20.- ¿Cuál es el radio aproximado de Schwarzschild si queremos convertir al Sol en un hoyo negro?
- A) 2 radios terrestres
 - B) 10 unidades astronómicas
 - C) 3 km
 - D) 0.5 km



POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2019-2
Fecha de examen: jueves 29 de noviembre de 2018
11:00–12:30 horas, hora centro de México

Electromagnetismo

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: 1.5 horas.
- El examen consta de 6 (seis) problemas.
- Su calificación se basará en las **5 (cinco)** mejores respuestas.
- Responder los problemas en hojas separadas escritas por una sola cara.
- No escribir información demasiado cerca de los bordes de las hojas de respuesta - dejar un par de centímetros alrededor.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**

1. Utilizándo la ley de Biot-Savart para un circuito por el que circula una corriente I_1 cuya expresión se da a continuación:

$$\vec{B}(\vec{r}_2) = \frac{\mu_0}{4\pi} I_1 \oint_1 \frac{d\vec{l}_1 \times (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} \quad (1)$$

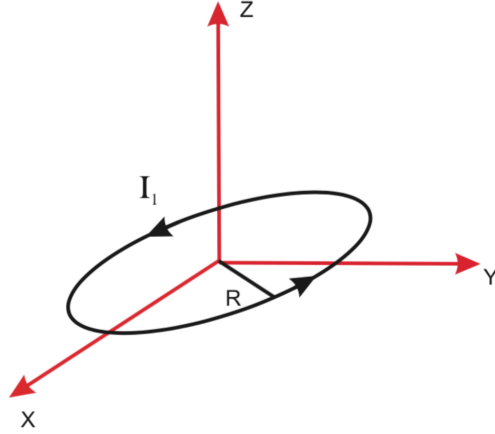


Figure 1: Anillo de corriente I_1 con centro en el origen y coplanar al plano XY

- (a) Calcular el vector de inducción magnética $\vec{B}$ a lo largo del eje z .
- (b) Calcular el vector de inducción magnética en el centro del círculo.
- (c) Hacer una gráfica de cómo varía la intensidad de $\vec{B}$ como función de z .

2. Una esfera conductora delgada de radio R tiene una carga total Q uniformemente distribuida sobre su superficie. Haciendo una integración directo calcular:
- (a) El potencial eléctrico en un punto arbitrario del interior
 - (b) El potencial eléctrico en un punto arbitrario del exterior

Ayuda: ponga la esfera conductora con su centro en el origen y tome un punto arbitrario sobre el eje Z a una distancia h del origen como se muestra en la figura.

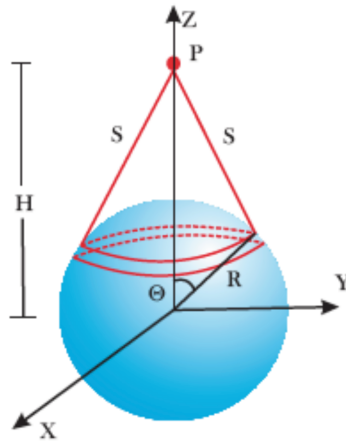
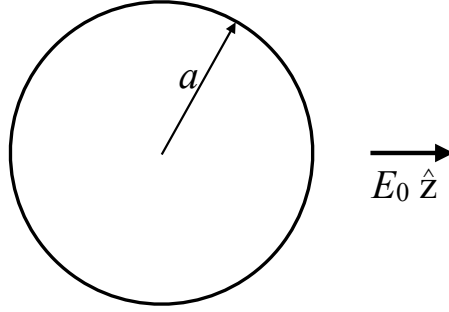


Figure 2: Potencial electrostático en un punto exterior P

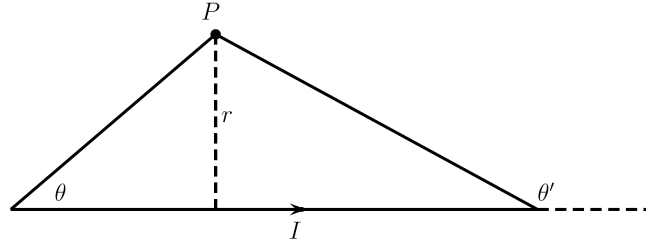
3. El potencial eléctrico de una esfera conductora aterrizada de radio a , situada en un campo eléctrico uniforme, está dado por

$$\varphi(r, \theta) = -E_0 r [1 - (a/r)^3] \cos \theta$$

Determinar la distribución de carga superficial sobre la esfera.



4. Determinar el campo magnético en un punto P , producido por un alambre finito por el que circula una corriente I , tal como se muestra en la siguiente figura.



5. El campo eléctrico de una onda plana electromagnética viajando a lo largo del eje z es

$$\mathbf{E} = (E_{0x}\mathbf{x} + E_{0y}\mathbf{y}) \sin(\omega t - kz + \phi) \quad . \quad (2)$$

Encuentre el campo magnético $\mathbf{B}$.

6. La apariencia visual de un objeto moviéndose rápidamente es un tema fascinante. Suponga un círculo de radio b en movimiento. Calcule el parámetro de velocidad relativista $\beta = v/c$ tal que el círculo se vea como una elipse con semi-eje menor a y un semi-eje mayor b donde $a < b$



POSGRADO EN ASTROFÍSICA

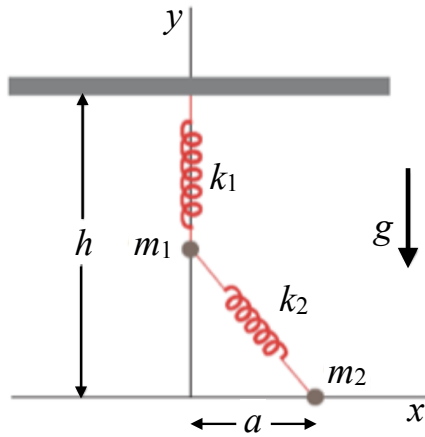
Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2019-2
Fecha de examen: jueves 29 de noviembre de 2018
13:00–14:30 horas, hora centro de México

Mecánica Clásica

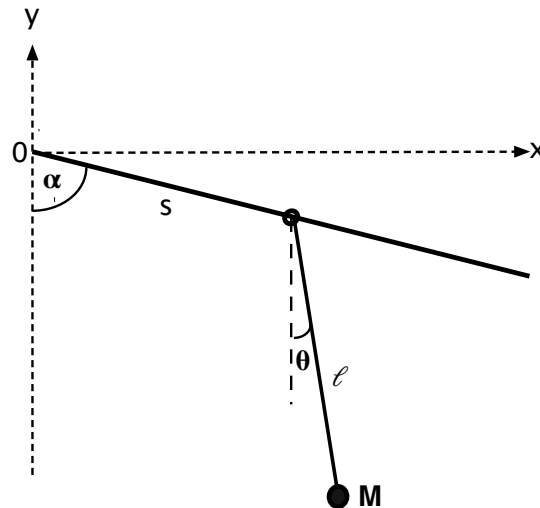
INSTRUCCIONES

- Duración del examen: 1.5 horas.
- El examen consta de 3 (tres) problemas.
- Su calificación se basará en las **2 (dos)** mejores respuestas.
- Responder los problemas en hojas separadas escritas por una sola cara.
- No escribir información demasiado cerca de los bordes de las hojas de respuesta - dejar un par de centímetros alrededor.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**

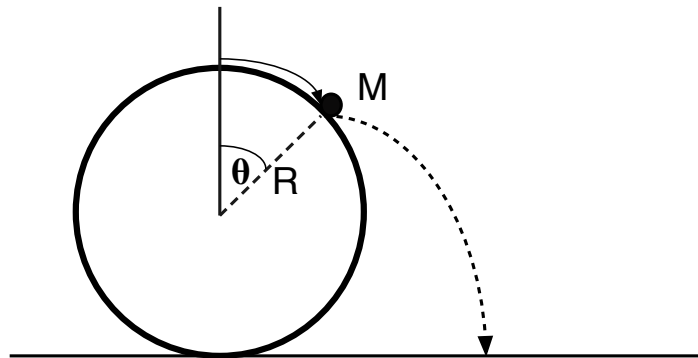
1. Considere el sistema de la figura, donde la masa $m_1 = 20$ kg está obligada a moverse verticalmente según el eje y , mientras que la masa $m_2 = 1$ kg está obligada a moverse según el eje x , ambas bajo la acción de muelles con constantes $k_1 = 4$ N/m y $k_2 = 16$ N/m, además de la gravedad.
 - (a) Calcular el Lagrangiano del problema.
 - (b) Obtener las ecuaciones de movimiento de cada masa.
 - (c) Obtener la solución general para las mismas y la posición de equilibrio.
 - (d) Escribir la solución sabiendo que se parte del reposo con $y = 0$ m, $x = 0$ m, si $h = 60$ m y $a = 10$ m.
Determinar la posición de las masas al cabo de $t = \pi/2$ segundos.



2. Se tiene un péndulo de longitud l en cuyo extremo se encuentra una partícula de masa M . Al otro extremo del péndulo hay un gancho que se desliza sin fricción sobre un palo inclinado a ángulo α (fijo) al vertical. La distancia medida a lo largo del palo entre el gancho y un origen fijo es representada por la coordenada s . El péndulo solo oscila en el mismo plano vertical donde se encuentra el palo. Hay gravedad.



- Escriba la posición (x, y) de la masa en términos de las 2 coordenadas generales s y θ .
 - Escriba la energía cinética, la energía potencial y el lagrangiano del sistema.
 - Encuentre las ecuaciones de movimiento para la coordenada s y el ángulo θ .
 - Muestre que, cuando el péndulo está en equilibrio ($\dot{\theta} = \ddot{\theta} = 0$), entonces el ángulo cumple $\tan \theta = -\cot \alpha$.
3. Una esfera lisa de radio R está fija sobre un plano horizontal. Una partícula de masa M se mueve sin fricción desde la punta más alta de la esfera hacia abajo. Sea θ el ángulo entre el radio a la posición de la partícula y el vertical. Hay gravedad.



- Encuentre el ángulo al cual la partícula sale de la esfera, y su velocidad v en este instante.
- ¿Cuánto tiempo tarda la partícula en caer al piso desde el instante que sale de la esfera?



POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2019-2
Fecha de examen: miércoles 28 de noviembre de 2018
11:00–12:30 horas, hora centro de México

Mecánica Cuántica

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: 1.5 horas.
- El examen consta de 5 (cinco) problemas.
- Su calificación se basará en las **3 (tres)** mejores respuestas.
- Responder los problemas en hojas separadas escritas por una sola cara.
- No escribir información demasiado cerca de los bordes de las hojas de respuesta - dejar un par de centímetros alrededor.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**

FÓRMULAS ÚTILES

El operador de la componente z del momento angular es

$$L_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \phi} ,$$

el operador de ascenso es

$$L_+ = \hbar e^{i\phi} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} + i \cot \theta \frac{\partial}{\partial \phi} \right) ,$$

y el del cuadrado del momento angular total es:

$$L^2 = -\hbar^2 \left[\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \cot \theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \left(\frac{1}{\sin^2 \theta} \right) \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right] .$$

1. La función de onda de Schrödinger para el estado estacionario de un átomo es

$$\psi = Af(r) \sin \theta \cos \theta \exp(i\phi)$$

donde (r, θ, ϕ) son las coordenadas esféricas. Encuentra a) la componente z del momento angular del átomo, y b) el cuadrado del momento angular total del átomo.

2. (a) ¿Cuál es el valor de $L_+ Y_l^l$?
(b) Usa el resultado del inciso a), junto con el hecho de que $L_z Y_l^l = \hbar l Y_l^l$, para determinar $Y_l^l(\theta, \phi)$ hasta una constante de normalización.

3. Considere un pozo de potencial cuadrado infinito tridimensional:

$$V(x, y, z) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 < x < a, 0 < y < a, 0 < z < b \\ \infty & \text{para otros valores de } x, y, z \end{cases} \quad (1)$$

- (a) ¿Cuál es el espectro de energías de este pozo?
(b) Discute la degeneración de las energías en este pozo. ¿Depende la degeneración de las energías de la relación entre las dimensiones a y b ($a \approx b$, $a \ll b$, $a \gg b$) ?
(c) Si aproximamos los espacios entre átomos en el volumen de un cristal como pozos cuadrados infinitos tridimensionales (suponga $a \approx b$) y si la energía de ligadura de los electrones es de 7 eV, ¿cuál debe ser la separación entre átomos para que los electrones sigan ligados ?

Ayuda: $1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-12} \text{ erg}$

4. Un electrón en un campo magnético constante de magnitud B en la dirección z tiene un hamiltoniano

$$\mathcal{H} = \frac{e}{mc} B s_z$$

donde e y m son la carga y la masa del electrón, c la velocidad de la luz y s_z la componente z del espín del electrón.

- Encuentre cómo varían en el tiempo los valores esperados de las componentes de su espín s_x , s_y , y s_z .
- Muestre que el valor esperado del vector de espín $\bar{s}$ precesa en el tiempo alrededor de la dirección del campo magnético, o sea, que el vector de espín gira alrededor del eje z .
- ¿Qué dice este experimento sobre la posibilidad de determinar simultáneamente las tres componentes del espín?

Ayuda: Los conmutadores relevantes son $[s_x, s_y] = i\hbar s_z$, $[s_z, s_x] = i\hbar s_y$, $[s_y, s_z] = i\hbar s_x$.

5. (a) Considere el hamiltoniano para un oscilador armónico en dos dimensiones en variables adimensionales q_1 y q_2 :

$$\mathcal{H} = \frac{\hbar\omega}{2} \left[-\frac{\partial^2}{\partial q_1^2} - \frac{\partial^2}{\partial q_2^2} + (q_1^2 + q_2^2) \right]$$

Los eigenvalores de $\mathcal{H}$ son $E_n = \hbar\omega(n_1 + n_2 + 1)$ con n_1 y n_2 enteros, $n = n_1 + n_2$, y sus eigenfunciones son $\Psi_{n_1 n_2}$. La eigenfunción no normalizada del estado de mínima energía $E_0 = \hbar\omega$ es $\Psi_{00} = e^{-(q_1^2 + q_2^2)}$. Use los operadores de creación

$$\hat{a}_1^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(q_1 - \frac{d}{dq_1} \right), \quad \hat{a}_2^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(q_2 - \frac{d}{dq_2} \right)$$

para encontrar los eigenestados del siguiente estado de energía. ¿Qué degeneración tienen?

- Muestre que los eigenestados del inciso anterior Ψ_{00} , Ψ_{01} y Ψ_{10} son eigenfunciones del operador de momento angular $\hat{L}_z = -i\frac{\partial}{\partial \phi}$

Ayuda: Use coordenadas polares $q_1 = q \sin \phi$ y $q_2 = q \cos \phi$ donde $q = \sqrt{q_1^2 + q_2^2}$, y una combinación lineal adecuada de estados degenerados.



POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2019-2
Fecha de examen: miércoles 28 de noviembre de 2018
13:00–14:30 horas, hora centro de México

Termodinámica

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: 1.5 horas.
- El examen consta de 5 (cinco) problemas.
- Su calificación se basará en las **3 (tres)** mejores respuestas.
- Responder los problemas en hojas separadas escritas por una sola cara.
- No escribir información demasiado cerca de los bordes de las hojas de respuesta - dejar un par de centímetros alrededor.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**

1. Un mol de gas ideal monoatómico se encuentra en un cilindro provisto de un pistón móvil. Si la presión externa sobre el pistón se mantiene constante en 1 atm, ¿Qué cantidad de calor debe aportarse al gas para aumentar su volumen de 20 a 50 litros?

Ayuda: $C_V = 1.5 nR$; $R = 0.082 \text{ Lt atm K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$; $1 \text{ Lt atm} = 101.33 \text{ J}$

2. Los sistemas A y B son sales paramagnéticas con coordenadas (H, M) y (H', M') respectivamente, mientras que el sistema C es un gas con coordenadas (p, V) . Cuando A y C están en equilibrio térmico se cumple:

$$nRcH - MpV = 0$$

y cuando lo están B y C se cumple:

$$M'pV - nR(c'H' + aM') = 0,$$

siendo los símbolos n, R, a, c y c' constantes:

- a) ¿Cuáles son las funciones, del par de variables de cada sistema, iguales entre si en el equilibrio térmico?
 - b) ¿Cuál es la relación que expresa el equilibrio térmico entre los sistemas A y B?
3. Supongamos que un gas de fotones se expande adiabáticamente con un índice adiabático de $4/3$; si el volumen del Universo varía como $V \propto (1+z)^{-3}$, demuestre:

- (a) que la temperatura del gas de fotones va como,

$$\frac{T_{rad}}{(1+z)} = cte \quad (1)$$

- (b) Si la materia en el Universo se enfría adiabáticamente con un índice igual a $5/3$, demuestre que

$$\frac{T_{mat}}{(1+z)^2} = cte \quad (2)$$

4. Un gas ideal se encuentra en un estado de equilibrio a la temperatura T_1 y presión P . El gas se expande reversiblemente hasta ocupar un volumen igual al doble de su volumen inicial. Durante esta expansión, T varía de tal manera que para cada estado intermedio, $p = kV^2$ donde k es una constante.

- (a) Dibújese el proceso en un diagrama PV .
- (b) Calcúlese el trabajo realizado por el gas en términos de la constante de gases, R , y la temperatura T_1 .

5. Consideremos una atmósfera con N_2 en la que existe convección en un estado estacionario. Y además donde la entropía es constante. En dicha atmósfera la temperatura no es constante y es función de la altitud h .

- (a) Asumiendo que existe equilibrio hidrostático con el campo gravitatorio, muestre que para un elemento de fluido se satisface que

$$\frac{dP}{dh} = -n_N m_N g \quad (3)$$

donde n_N es la densidad de número (número de partículas por unidad de volumen) de moléculas de N_2 . m_N la masa de la molécula de Nitrógeno, y g es la gravedad.

- (b) Si la atmósfera es un gas ideal y el proceso es adiabático muestre que

$$\frac{dT}{dh} = -A, \quad (4)$$

donde la constante A esta dada por

$$A = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{m_N g}{\kappa}. \quad (5)$$

γ es el coeficiente adiabático, κ es la constante de Boltzmann.

- (c) Si $m_N = 4.6 \times 10^{-23}$ g, $g = 980$ cm s⁻², $\kappa = 1.4 \times 10^{-16}$ erg K⁻¹, y $\gamma = 7/5$. ¿Cuánto vale A ? Esboce $T = Az$ en una gráfica. ¿Cuántos grados centígrados cae T si usted sube 500 metros?

Ayuda: En un proceso adiabático, $PV^\gamma = \text{Cte}$, ó, $TV^{\gamma-1} = \text{Cte}$, ó, $P^{1-\gamma}T^\gamma = \text{Cte}$. Alguna puede ser de utilidad.